UNIVERSIDAD DE CUENCA

Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación

Carrera de Matemáticas y Física

“Estrategia metodológica para la enseñanza de Poliedros regulares en Geometría plana y del espacio”

Trabajo de titulación previo a la obtención del Título de Licenciado en Ciencias de la Educación en Matemáticas y Física

AUTORES:

Eulalia Abigail Barrezueta Nieves

CI: 0704472141

Correo electrónico: abigail.barrezueta95@gmail.com

Michael Joseph Escandón Jordán

CI: 0106571433

Correo electrónico: michael.escandon@outlook.com

DIRECTORA:

Mg. Tatiana Gabriela Quezada Matute

CI: 0104932504

Cuenca – Ecuador

21 – julio – 2020

RESUMEN

El presente trabajo de titulación propone una guía didáctica con la ayuda de estrategias metodológicas y recursos didácticos, diseñada con lineamientos constructivistas. Esta propuesta busca apoyar la labor docente, proporcionando actividades didácticas innovadoras para la enseñanza de la geometría espacial en el tema de los poliedros regulares.

En el primer capítulo se recopila información sobre las dificultades que presentan los estudiantes al analizar figuras tridimensionales, luego se desarrolla la corriente pedagógica del constructivismo, basada en los autores David Ausubel con su teoría del aprendizaje significativo y Lev Vygotsky con su teoría de la Zona de Desarrollo Próximo (ZDP). Finalmente se analiza las diversas estrategias, técnicas y recursos didácticos que apoyan el desarrollo la propuesta.

El segundo capítulo detalla la investigación de campo realizada a los estudiantes de la Universidad de Cuenca, de la carrera de Matemáticas y Física. Se aplicaron dos técnicas de investigación, la primera fue la encuesta basada en obtener datos de cómo fueron desarrolladas las clases; si presentan dificultades y qué recursos serían ideales para tener clases constructivistas. La segunda fue la prueba, en la que se evidenció que los contenidos no fueron aprendidos de forma significativa. Estas dos técnicas se analizaron mediante gráficas y tablas estadísticas.

El tercer capítulo es el desarrollo de la propuesta, basada en el diseño de una guía didáctica para el docente que contiene seis clases, cada una de ellas cuenta con estrategias metodológicas, técnicas, recursos didácticos y recomendaciones que ayuden a promover clases significativas.

Palabras clave:
Poliedros regulares, constructivismo, aprendizaje significativo, recursos didácticos, guía didáctica.

ABSTRACT

The present degree work proposes a didactic guide with the help of methodological strategies and didactic resources, designed with constructivist guidelines. This proposal seeks to support the teaching work, providing innovative didactic activities for the teaching of spatial geometry in the subject of regular polyhedrons. In the first chapter, information is gathered about the difficulties students present when analyzing three-dimensional figures. Then, the pedagogical current of constructivism is developed, based on the authors David Ausubel with his theory of significant learning and Lev Vygotsky with his theory of the Zone of Proximal Development (ZDP). Finally, the diverse strategies, techniques and didactic resources that support the development of the proposal are analyzed. The second chapter details the field research carried out with students from the University of Cuenca, in the Mathematics and Physics career. Two research techniques were applied, the first was the survey based on obtaining data on how the classes were developed; if they present difficulties and what resources would be ideal to have constructivist classes. The second was the test, in which it was evident that the contents were not learned in a significant way. These two techniques were analyzed by means of statistical graphs and tables. The third chapter is the development of the proposal, based on the design of a didactic guide for the teacher that contains six classes, each one of them with methodological strategies, techniques, didactic resources and recommendations that help to promote meaningful classes.

Keywords:

Regular polyhedrons, constructivism, significant learning, didactic resources, didactic guide.

ÍNDICE

Cláusula de licencia y autorización para publicación en el Repositorio Institucional

Eulalia Abigail Barrezueta Nieves en calidad de autora y titular de los derechos morales y patrimoniales del trabajo de titulación "Estrategia metodológica para la enseñanza de Poliedros regulares en Geometría plana y del espacio", de conformidad con el Art. 114 del CÓDIGO ORGÁNICO DE LA ECONOMÍA SOCIAL DE LOS CONOCIMIENTOS, CREATIVIDAD E INNOVACIÓN reconozco a favor de la Universidad de Cuenca una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos.

Asimismo, autorizo a la Universidad de Cuenca para que realice la publicación de este trabajo de titulación en el repositorio institucional, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Cuenca, 21 de julio de 2020

Eulalia Abigail Barrezueta Nieves

C.I: 0704472141

Cláusula de licencia y autorización para publicación en el Repositorio Institucional

Michael Joseph Escandón Jordán en calidad de autor y titular de los derechos morales y patrimoniales del trabajo de titulación "Estrategia metodológica para la enseñanza de Poliedros regulares en Geometría plana y del espacio", de conformidad con el Art. 114 del CÓDIGO ORGÁNICO DE LA ECONOMÍA SOCIAL DE LOS CONOCIMIENTOS, CREATIVIDAD E INNOVACIÓN reconozco a favor de la Universidad de Cuenca una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos.

Asimismo, autorizo a la Universidad de Cuenca para que realice la publicación de este trabajo de titulación en el repositorio institucional, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Cuenca, 21 de julio de 2020

Michael Joseph Escandón Jordán

C.I: 0106571433

Cláusula de Propiedad Intelectual

Eulalia Abigail Barrezueta Nieves, autora del trabajo de titulación "Estrategia metodológica para la enseñanza de Poliedros regulares en Geometría plana y del espacio", certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autora.

Cuenca, 21 de julio de 2020

Eulalia Abigail Barrezueta Nieves

C.I: 0704472141

Cláusula de Propiedad Intelectual

Michael Joseph Escandón Jordán, autor del trabajo de titulación "Estrategia metodológica para la enseñanza de Poliedros regulares en Geometría plana y del espacio", certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor.

Cuenca, 21 de julio de 2020

Michael Joseph Escandón Jordán

C.I: 0106571433

DEDICATORIA

Este trabajo de titulación la dedico a mis padres, Hugo y Elvia, por su sacrificio y esfuerzo, que me ha permitido cumplir una meta más, por cada uno de sus consejos y sobre todo por creer en mí, motivo que me dio fuerzas para culminar este proyecto y hacerles sentir orgullosos.

A mis hermanos Marlon, Germán, Alexandra y Adrián por su respaldo y apoyo moral, principalmente a Marlon y Adrián, por el sustento económico a lo largo de mi carrera.

A mi abuela, tíos, sobrinos, por formar parte de mi vida, por cada consejo, por cada palabra de aliento, que me dio fuerzas para no desmayar y seguir adelante.

A mis amigos, por compartir sus conocimientos, sus alegrías y tristezas y convertir este camino en una de las mejores experiencias.

Abigail

DEDICATORIA

Este trabajo se lo dedico en primer lugar a Dios y a la Virgen María, por darme salud, vida y sabiduría para poder afrontar este reto.

Se lo dedico, de manera muy especial a mi papá, José Patricio, gracias a sus consejos y su fe en mí he logrado esto, sé que allá, desde el cielo siempre me cuidas y me acompañas durante mis labores diarias, sé que estarías muy orgulloso de mí.

Se lo dedico a mis abuelos, Miguel y Elanie, por sus palabras de aliento y todo su apoyo incondicional, que me ha permitido cumplir esta meta.

A mi hermano William, mis tíos, tías y primos, que siempre han estado para mí, siendo mi inspiración.

A mis amigos, con quienes he compartido muchas vivencias, por hacer de este camino universitario toda una experiencia de vida.

Michael

AGRADECIMIENTO

En primer lugar, agradecemos a Dios por darnos salud, vida y permitirnos crecer profesionalmente.

A nuestros padres y abuelos por ser los pilares fundamentales y habernos apoyado incondicionalmente, pese a las adversidades e inconvenientes que se presentaron a lo largo de nuestra carrera.

A nuestra directora de tesis, Mg. Tatiana Quezada, quién con su experiencia, conocimientos y motivación nos ayudó a confrontar las dificultades presentadas en este proceso y con su guía, finalizar con éxito este trabajo.

A nuestros amigos, por su amistad incondicional, sus muestras de afecto y los momentos compartidos.

A los docentes de la carrera de Matemáticas y Física, por compartir sus conocimientos y experiencias, motivándonos siempre a seguir adelante y culminar nuestros estudios.

Abigail y Michael

INTRODUCCIÓN

La geometría cumple un papel trascendental en las vivencias diarias de las personas pues, tiene una gran aplicabilidad en diversos contextos; ya que todo lo que nos rodea tiene forma geométrica que, de alguna manera, se conocen por experiencias o conocimientos previos. Por lo cual, en el sistema educativo, esta temática debe ser desarrollada de forma significativa para que el estudiantado relacione los teoremas, fórmulas y conceptos con la vida real y no quede expresada únicamente como un contenido matemático.

Por lo que este trabajo de titulación, está enfocado en afrontar las dificultades que se presentan al estudiar la materia de Geometría plana y del espacio, particularmente en contenidos acerca de poliedros regulares, dirigido a estudiantes de la carrera de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca, mediante la aplicación de estrategias metodológicas que proporcionen mejor comprensión de dichos contenidos.

Con la aplicación de una encuesta y prueba, se obtuvo como resultado que las clases de Geometría plana y del espacio están basadas en el tradicionalismo, prevaleciendo la metodología expositiva del docente que aún hace uso exclusivo de la pizarra y la repetición de ejercicios forjando clases mecanicistas y descontextualizadas, dando paso a que no se dé el verdadero aprendizaje.

Se propone una guía didáctica para el docente, la cual contiene seis clases constructivistas, estructuradas con estrategias, técnicas, recursos didácticos (software, videos educativos, material concreto) actividades lúdicas, orientadas al trabajo grupal e individual. Con la cual se pretende mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje y brindar al docente actividades didácticas para que sus clases sean más atractivas y comprensibles.

CAPÍTULO 1

FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

1.1. La difícil comprensión de la Geometría

La Geometría es una de las ramas de las matemáticas más intuitiva, concreta y de gran aplicabilidad en contextos ligados a la realidad; pues permite al ser humano satisfacer sus necesidades en diversos campos como la arquitectura, cartografía, ingeniería, arte, etc. Esto implica que se considere importante y relevante en el sistema de educación formal, por lo que los contenidos de geometría se deben abordar utilizando metodologías y recursos acordes al contexto en que se desarrolla la clase; asegurando una correcta comprensión y consolidación adecuada de los mismos.

Cabe indicar que lo mencionado anteriormente, es una expectativa que se considera ideal en la educación; pues aún no se consideran los distintos factores y realidades del contexto en que se desarrolla la clase. Por lo tanto, existen varias causas que conllevan al problema de la difícil comprensión y que éste, se refleje en las aulas. Esta dificultad se produce debido a que los temas de geometría han sido desplazados al último lugar del resto de contenidos de matemáticas (Mora, 1995), se lo puede evidenciar claramente en los libros de texto del Ministerio de Educación del Ecuador; provocando que su estudio se dé al final del año escolar, o en casos extremos, no se aborden estas temáticas debido a la falta de tiempo o actividades extracurriculares; de ahí que, no se estudien a profundidad, originando aprendizajes efímeros y los estudiantes consideren a la geometría poco aplicable e importante.

Además, el estudio de la geometría a lo largo de la etapa escolar se ha centrado en profundizar exclusivamente algunos contenidos de la geometría plana, dando como consecuencia que el alumno adquiera únicamente destrezas en esta temática, tal como lo menciona Freudenthal (citado por Guillen, 2010) "no es de extrañar que los estudiantes que trabajan satisfactoriamente en la geometría plana, fallen en la espacial. Su imaginación espacial ha ido pereciendo por la demasiada ejercitación con la geometría plana" (p. 25). Por lo tanto, es muy importante, desde los primeros años de educación impartir contenidos de geometría espacial para que, en niveles superiores, ésta no sea desconocida para ellos y posean habilidades que les permita tener mayor desenvolvimiento al momento de analizar figuras tridimensionales.

También, se debe considerar el método que se utiliza para abordar los contenidos, como lo menciona Gamboa & Ballestero (2010) “esta disciplina se ha enfatizado en la memorización de fórmulas para calcular áreas y volúmenes, así como definiciones geométricas, teoremas y propiedades, apoyadas en construcciones mecanicistas y descontextualizadas” (p. 127). Es decir, las clases se han centrado en la reproducción y acumulación de conocimientos, basados en el discurso expositivo del docente, provocando que el estudiante no razone y no interiorice los contenidos que aborda, por consiguiente, no logre un aprendizaje significativo.

Otro factor que influye en la complejidad de la enseñanza-aprendizaje de la Geometría espacial es la falta de recursos didácticos, puesto que, los docentes han recurrido exclusivamente al uso de libro de texto, pizarra, hojas de papel para impartir sus clases (Ábrate, Delgado & Pochulu, 2006), lo que ha incidido en que los alumnos no reflexionen, no analicen y tampoco tengan la capacidad de conjeturar sus propios conceptos y deducciones matemáticas, en vista que todo viene desarrollado en el texto. De ahí que, al analizar sólidos, en este caso los poliedros regulares, crea confusión en los estudiantes, dado que estos se ven distorsionados en comparación con la realidad cuando se los trabaja en representaciones de dos dimensiones, sumando a esto, la falta de destrezas por parte del educando, como es el caso de la visualización espacial que juega un papel importante en el estudio de la geometría espacial (Guillén, 2010), hacen que esta dificultad aún prevalezca en los estudiantes.

Esta problemática se ha mantenido a lo largo de los años debido a que los docentes de geometría, reproducen la forma de cómo aprendieron en su época escolar, por tanto, no propician clases que involucren el razonamiento del estudiante o incentiven a que formulen conceptos geométricos. También, por la falta de estrategias metodológicas que recibieron cuando fueron estudiantes (Sgreccia, Amaya, & Massa, 2012), pues a pesar de los esfuerzos realizados por diferentes investigadores por presentar métodos y recursos novedosos, estos docentes no tienen conocimientos adecuados de la geometría tanto en el aspecto disciplinar como pedagógico.

Gamboa & Ballestero, en su investigación “La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria, perspectiva de los estudiantes” (2010), realizada a alumnos costarricenses, evidenciaron que la enseñanza de la geometría está basada en el tradicionalismo, pues los contenidos se presentan como una receta de definiciones y fórmulas, que el estudiante debe memorizar; a más de esto, se presentan ejemplos sin relación con el contexto en que se desenvuelve el educando.

Sin duda, la geometría al igual que otros contenidos matemáticos son trascendentales y necesarios para abordar otras temáticas, por esta razón, el docente debe darle importancia durante su labor en la enseñanza, utilizando diversas estrategias, técnicas y herramientas apropiadas que contribuyan al aprendizaje significativo, para que ayuden a captar la atención del estudiantado propiciando un ambiente de participación, donde el alumno no sea un ser pasivo, sino más bien un ser activo constructor de su propio aprendizaje.

1.2. Constructivismo

El constructivismo es una corriente que está conformada por teorías de diferentes autores de cómo se concibe el aprendizaje, con el único fin de transformar una clase pasiva en una clase activa; es decir, centrarse en el estudiante convirtiéndolo en sujeto primordial del proceso educativo, apartándose de la clase tradicional, para que el docente tome el papel de mediador, quien es el encargado de guiar al educando hacia el conocimiento (González, 2012). Esta corriente tiene aportaciones de autores como Piaget, Vygotsky, Brunner y Ausubel.

El autor Jean Piaget considera que el aprendizaje ocurre mediante etapas o períodos en que el ser humano aprende a lo largo de su vida. (Piaget, 1998). Lev Vygotsky menciona que el aprendizaje se logra mediante la interacción social, donde el docente cumple el rol de mediador y defiende el concepto de la Zona de Desarrollo Próximo. Jerome Brunner establece que el aprendizaje se produce mediante las situaciones que provoca el docente, quien incentiva la curiosidad al estudiante y como consecuencia, logre el aprendizaje por descubrimiento. Finalmente, David Ausubel propone su teoría del aprendizaje significativo que implica la relación de los conocimientos previos con los nuevos, que estos tengan sentido para el educando, pues son relevantes por el contexto en que se desarrollan (González, 2012).

1.2.1. Enseñanza-Aprendizaje según Lev Vygotsky

Lev Semionovich Vygotsky, psicólogo ruso influyente del constructivismo social, expone que el individuo adquiere habilidades y destrezas según en el medio en el que se desenvuelve. Es decir, el estudiante aprende conforme interactúe con su entorno dependiendo de cada cultura, creencias, costumbres, etc., además, para Coll et. al (1993) “la educación escolar es un proyecto social que toma cuerpo y se desarrolla en una institución también social” (p.10). Pues es un medio que ayuda a los jóvenes a preparase acorde a la sociedad en la que convive para lograr un mejor desempeño en lo personal como social, de allí que la sociedad y la educación están incorporadas tal como lo señala Vygotsky.

El constructivismo social enuncia que el aprendizaje se produce por medio de las experiencias, la interacción con otras personas, el intercambio de ideas que se genera con los integrantes del proceso de aprendizaje, por lo cual el aprendizaje es construido socialmente (Blanco & Sandoval, 2014). Por lo tanto “el aprendizaje es activo, significativo, con pertinencia cultural y se adecúa al nivel de desarrollo de las y los educandos.” (González, 2012, p.9).

Para que el educando construya aprendizajes efectivos, es necesaria la ayuda de un guía, un facilitador que le oriente hacia el nuevo conocimiento. Este rol, claramente, lo cumple el docente, ya que para Gutiérrez (2008) el papel del docente debe consistir en:

> La creación y coordinación de ambientes de aprendizaje complejos, proponiendo a los estudiantes un conjunto de actividades apropiadas que les apoyen en la comprensión del material de estudio, apoyados en relaciones de colaboración con los compañeros y con el propio docente. (p.1)

Por lo tanto, el docente es el mediador que propicia nuevas formas de alcanzar aprendizajes relevantes para el estudiante, lo cual involucra mayor preparación del mismo, estableciendo nuevos métodos, estrategias y el uso de recursos didácticos que le ayuden a impartir clases constructivas.

Es también importante señalar que el docente debe guiar al alumno a la Zona de Desarrollo Próximo, entendida ésta, como el espacio entre lo que el estudiante ya conoce (Zona de Desarrollo Real) y el nuevo conocimiento que puede conseguir con la ayuda del docente o compañeros de clase (Zona de Desarrollo Potencial), por lo tanto “en la ZDP es donde se desencadena el proceso de construcción de conocimiento del alumno y se avanza en el desarrollo" (Fernández, 2009, p.61).

1.2.2. Enseñanza-Aprendizaje según David Ausubel

Una de las teorías que brindan una mejor opción para llevar el proceso de enseñanza-aprendizaje de una mejor manera en las instituciones educativas, es la "Teoría del Aprendizaje Verbal Significativo" propuesta por el psicólogo y pedagogo estadounidense David Paul Ausubel, cuyo constructo principal es el aprendizaje significativo, fundamentado en el contexto real del estudiante y los conocimientos previos que éste posee, con el fin de generar un nuevo aprendizaje efectivo.

El aprendizaje significativo, definido por Rodríguez (2011), es "el proceso según el cual se relaciona un nuevo conocimiento o una nueva información con la estructura cognitiva de la persona que aprende de forma no arbitraria y sustantiva o no literal" (p.32). Esto quiere decir, que, por la forma no arbitraria, el contenido potencialmente significativo se relaciona con aspectos relevantes de la estructura cognitiva de los estudiantes de manera intencionada. Por otro lado, la parte sustantiva o no literal del aprendizaje implica que el mismo contenido se puede expresar de una manera semejante al original y que manifieste el mismo significado.

La estructura cognitiva comprende los conocimientos previos de la persona, siendo importante dentro del proceso de aprendizaje, pues se busca establecer relaciones de la misma con aquello que se debe aprender. Por esto, el aprendizaje se hace significativo cuando la nueva información se relaciona con conceptos relevantes (subsumidores) claros, estables y precisos, presentes en la estructura cognitiva del alumno y que sirven como anclaje o afianzamiento de los nuevos contenidos (Rodríguez, 2011).

Se consideran dos condiciones esenciales al momento de alcanzar el aprendizaje significativo en el alumnado. La primera condición está relacionada con la predisposición que tienen los estudiantes para aprender de manera significativa, lo que implica que deben participar activamente en el proceso educativo, es decir, demostrar que quieren aprender, pero sobre todo demostrar y relacionar los conocimientos que ya poseen con los nuevos que van a aprender. La segunda condición corresponde a que el contenido y el material sean potencialmente significativos, en otras palabras, deben ser relacionables con la estructura cognitiva del que aprende y del mismo modo, deben existir subsumidores adecuados en los alumnos que permitan la interacción con la nueva información (Rodríguez, 2008).

1.3. Estrategia Metodológica

El proceso de enseñanza-aprendizaje dentro del aula de clases es de carácter complejo, pues se cuenta con diversos niveles de abstracción de los estudiantes hacia la materia, debido a que existen diferentes formas de aprender. Por lo que diferentes autores han implementado diversas estrategias que toman en cuenta estas características de los estudiantes para alcanzar el máximo potencial de la clase.

Quiroz (2003) menciona que “las estrategias metodológicas son las formas de lograr nuestros objetivos en menos tiempo, con menos esfuerzo y mejores resultados” (p. 63). De una manera más concreta, implica que sean un conjunto de procedimientos que el docente utiliza para promover aprendizajes significativos en sus estudiantes, involucrando a su vez, actividades que se realizarán conscientemente para llegar a un fin determinado.

El papel del docente en el ámbito educativo es crucial, éste debe estar al tanto de las diversas estrategias que ayuden al estudiante a obtener un aprendizaje efectivo y lograr que aprenda de manera autónoma; al mismo tiempo, impulsar las potencialidades y la creatividad, promoviendo aprendizajes significativos, es decir, aprendizajes comprensivos y aplicados en contextos reales (Quintero, 2011). Por esta razón, se considera necesaria la implementación de estrategias metodológicas que ayuden al proceso de enseñanza-aprendizaje al momento de abordar una temática.

Es importante mencionar que, para llevar con efectividad las estrategias metodológicas es necesario hacer uso de ciertas técnicas didácticas que contribuyan positivamente en el proceso de enseñanza-aprendizaje, puesto que "el éxito de una estrategia aplicada en el proceso didáctico depende del dominio de las técnicas que le apoyan" (Montesdeoca, 2014, p.144).

En este aspecto, la técnica didáctica, según la Dirección de Investigación y Desarrollo Educativo del Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey (1999) es “considerada como un procedimieto didáctico que se presta a ayudar a realizar una parte del aprendizaje que se persigue con la estrategia”(p.5), es decir, la técnica se enfoca en una parte puntual del tema en específico que se aborda en la clase, siendo éstas desarrolladas de una forma secuencial y ordenada para lograr los objetivos propuestos.

Cabe recalcar que, tanto técnicas como estrategias pueden funcionar de forma recíproca, en otras palabras, las técnicas pueden ser tratadas como estrategias; así como ciertas estrategias pueden ser empleadas como técnicas. A continuación se describen algunas estrategias-técnicas que puede utilizar el docente para fomentar clases constructivistas y lograr aprendizajes significativos.

1.3.1. Lluvia de ideas

La lluvia de ideas es una técnica para trabajar en grupo, que permite conocer conocimientos previos que posee el estudiantado, generar nuevas ideas para formular nuevos conceptos, incentiva a los alumnos a ser más creativos, colaborativos y críticos, propicia la participación activa de todos los integrantes del grupo, siempre y cuando se garantice un ambiente de creatividad y respeto (Condemarín, 2000).

Durante la ejecución de esta técnica, el docente debe actuar como moderador, llamando la atención de los estudiantes y motivándolos a participar activamente, a su vez debe anotar todas las ideas en la pizarra para posteriormente analizarlas y organizarlas con respecto al tema central y al final obtener una síntesis de todo lo planteado.

1.3.2. Método de preguntas

Es un diálogo entre el profesor y alumnos a partir de cuestionamientos que facilitan la interacción para la discusión de cierto tema, permite evaluar el nivel de conocimiento que posee el alumno, ayuda a los estudiantes a ser más reflexivos y alertas, es decir, estarán más atentos y activos en la clase. El docente debe poseer la habilidad de hacer preguntas en el momento oportuno, utilizando el lenguaje adecuado para que sus alumnos entiendan y éstos puedan dar respuestas claras y concisas para conseguir los resultados deseados de la clase. (Siso, 2012).

1.3.3. Aula invertida

El aula invertida, como su nombre lo dice, se basa en invertir los momentos de la clase, es decir los nuevos contenidos que comúnmente se daba en clases los estudiantes aprenderán de forma autónoma en casa, mientras que en e

l aula se concretan y se aclara cualquier inquietud existente de las temáticas estudiadas. Esta técnica permite que el alumno sea más comprometido pues es el responsable de su propio aprendizaje; la clase se centrará en la resolución de problemas, ejercicios o proyectos, ya sea de forma individual o grupal convirtiendo al estudiante en un ser más activo y dinámico. En consecuencia, el aprendizaje inicia fuera del aula de clase, por lo que el docente debe planificar las actividades y proporcionar el material adecuado para que la asimilación de los contenidos sean los correctos, claro está, tomando en cuenta el ritmo y estilo de aprendizaje de sus alumnos. (Merla & Yáñez, 2016).

El docente asume el rol de guía, instructor, retroalimentador y acompañante del proceso de aprendizaje, el papel se enfoca en la intercomunicación entre docente-estudiante, despejando dudas, respondiendo preguntas y guiando al estudiantado a consolidar lo aprendido de una manera significativa.

1.3.4. Trabajo en equipo

El trabajo en equipo o también conocido como trabajo colaborativo consiste en la interdependencia activa entre los miembros de un grupo que quieren logar un objetivo común. En este aspecto, “el trabajo en equipo valora la interacción, colaboración y la solidaridad entre los miembros, así como la negociación para llegar a acuerdos y hacer frente a los posibles conflictos” (Instituto Internacional de Planeamiento de la Educación, 2000, p.5). Todo esto se resume en que las personas que conforman el equipo tienen responsabilidades compartidas sean para afrontar situaciones problemáticas o para merecer sus logros en el desarrollo de la actividad.

Es importante la labor docente pues mediante su intervención puede formar grupos de alumnos de acuerdo a las necesidades u objetivos que desee alcanzar. Estos grupos pueden ser tanto homogéneos como heterogéneos siempre y cuando se permita el contraste de ideas opiniones o argumentos.

1.3.5. Aprendizaje por descubrimiento

Esta estrategia está enfocada en que los estudiantes conciban el aprendizaje mediante la experiencia, formulación de conceptos y su entendimiento por medio de actividades que permitan reconstruir y redescubrir conocimientos científicos. Es por esto que Parra (2003) afirma que “la mejor manera de aprender algo es descubrirlo o crearlo por ti mismo” (p.40).

El papel del docente es el de guiar este aprendizaje mediante la planificación de actividades diversas que faciliten ese descubrimiento, pues no necesariamente el aprendizaje por parte del estudiante debe ser de manera autónoma ya que no podría lograr los objetivos esperados en la clase.

1.3.6. Juego lúdico

Para Olfos (2001) “el juego puede ser un detonante de la curiosidad hacia procedimientos y métodos matemáticos” (p.2). Lo que destaca la importancia del uso de esta estrategia en el aula ya que permite que el estudiante aprender y adquirir los conocimientos de una forma recreativa y relajada, sin sentir presión y sobre todo deseoso de hallar la respuesta del ejercicio o problema propuesto, por lo cual demostrará un mejor desempeño en las actividades encomendadas.

1.4. Recursos didácticos

Los recursos didácticos son el conjunto de estrategias y elementos que el docente utiliza como facilitadoras de su labor, es decir, sirven de ayuda, soporte y complemento para asegurar el éxito del proceso de enseñanza-aprendizaje, referidos tanto a los aspectos organizativos de las clases como la manera de estudiar los contenidos (Díaz, 1996).

El empleo de recursos didácticos, para la Federación de enseñanza de Comisiones Obreras de Andalucía (2009) tiene dos propósitos: el primero, es ayudar en el mejoramiento del proceso de aprendizaje; y el segundo, promover la interacción entre profesores y alumnos con el fin de obtener los mejores resultados para su formación, adicionalmente estos recursos, para Blanco (2012) deben cumplir ciertas funciones que aseguren su idoneidad para los actores educativos dentro del aula.

- Función motivadora: deben ser diseñadas para atraer la atención de los estudiantes mediante sus formas, colores, etc.
- Función estructurada: debe existir conexión entre lo que se enseña y el contexto real.
- Función estrictamente didáctica: los recursos deben tener relación congruente con los objetivos y contenidos de enseñanza.
- Función facilitadora de los aprendizajes: están orientados a cubrir las diferentes necesidades que presentan los estudiantes con el fin de transmitir de la mejor manera los contenidos hacia los educandos.
- Función de soporte al profesor: encaminada a facilitar la labor docente, con el objetivo las explicaciones sean claras y los estudiantes comprenda en menor tiempo.

El uso de recursos didácticos en la materia de Geometría plana y del espacio, particularmente en el tema de poliedros regulares, juegan un papel trascendental pues, mediante su utilización y correcto uso, ofrecen a los estudiantes una alternativa más dinámica y llamativa para concebir los contenidos a lo que refiere esta asignatura, contribuyendo a que su aprendizaje sea significativo.

Los recursos didácticos pueden ser usados en tres momentos al impartir una clase, como crea conveniente el docente, el primer momento hace relación a la anticipación de los conocimientos, se los puede utilizar como motivador y para despertar el interés del estudiantado al introducir una nueva temática; la segunda es durante la construcción del aprendizaje mediante la interacción que el alumno posea con el recurso, este hará que deduzca los nuevos conceptos y los relacione con los conocimientos previamente aprendidos; y finalmente se los puede usar en la consolidación de los conocimientos, en esta fase los recursos pueden ser de gran utilidad ya que se les pude utilizar para evaluar al estudiante y verificar que los contenidos fueron exitosamente aprendidos.

1.4.1. Material concreto

Como parte de los recursos didácticos, se tiene el material concreto, definido como un instrumento, objeto o elemento que se usa en el aula de clases, con el objetivo de que el estudiante manipule e interactúe de tal manera que, usando sus habilidades logre experimentar con dicho material, en otras palabras, “son un gran medio lúdico y dinamizador para el proceso de aprendizaje del estudiante, del que el docente se apropia autónomamente con el fin de transferir aprendizajes significativos de una manera más práctica y cercana a la realidad de los estudiantes" (Manrique & Gallego, 2012, p.105).

Este recurso, cumple un rol muy importante dentro de la enseñanza de la geometría, pues López (2017) afirma que "los materiales didácticos proporcionan al alumno la oportunidad de manipular, experimentar e investigar, ayudándole a desarrollar gradualmente la visualización espacial" (p.24), es decir, aporta a los estudiantes una mejora en la destreza de visualización espacial, en vista de que esta destreza es un factor clave dentro del estudio de la Geometría, así lo afirman Clements y Battista (1992), (citado por Castiblanco, Urquina, Camargo, & Acosta, 2004), mencionando que " la visualización integra los procesos por medio de los cuales se obtienen conclusiones, a partir de las representaciones de los objetos bi o tridimensionales y de las relaciones o transformaciones observadas en construcciones y manipulaciones" (p.10). Mediante la manipulación que éstos brindan, el estudiante podrá interpretar y entender el análisis de los sólidos en otra perspectiva, algo que en el plano no se lo puede evidenciar (Gamboa & Ballestero, 2010).

También, ayuda a promover el interés por el conocimiento y facilitar la comprensión del educando pues, Báez & Hernández (2002) refieren que el uso de este recurso permite al estudiante la posibilidad de usar su intuición y razonamiento, aumenta sus conocimientos matemáticos con la manipulación directa y pueden argumentar sus propios conceptos. Adicionalmente, Villarroel & Sgreccia, (2011) afirman que, "la manipulación dinámica de objetos concretos permite hacer descubrimientos geométricos propios y construir mentalmente los objetos matemáticos correspondientes, poniendo en juego en este proceso diversas habilidades geométricas" (p.75). Por ello, el docente debe estar preparado para saber cuándo y cómo utilizarlos en las clases, para que alcancen sus estudiantes un aprendizaje efectivo.

1.4.2. Guía didáctica

García & Cruz (2014) afirman que la guía "constituye un recurso trascendental porque perfecciona la labor del profesor en la confección y orientación de las tareas docentes como célula básica del proceso enseñanza-aprendizaje, cuya realización se controla posteriormente en las propias actividades curriculares" (p.165). En otras palabras, el docente poseerá clases más organizadas, dinámicas, con sus respectivas estrategias metodológicas con la finalidad que tenga un mayor desenvolvimiento en el aula y sus clases sean interesantes e innovadoras para el estudiante.

Asimismo, en ella se incluye toda la información necesaria para el correcto uso y manejo provechoso de los elementos. Consta de contenidos que conforman la asignatura, procedimientos, sugerencias y ayudas sobre cómo utilizar los recursos didácticos y actividades que serán desarrolladas por los estudiantes; además de que contiene un proceso de evaluación. Por lo que, una guía didáctica bien estructurada, será una de las mejores herramientas para orientar la enseñanza y favorecer el aprendizaje (García & Cruz, 2014).

1.4.3. Software educativo

La tecnología ha provocado un gran impacto en todas las áreas, sin duda en la educación esta no es indiferente, con la era digital que se vive en la actualidad, docentes y estudiantes deben estar actualizados de los avances que esta posee y adaptarla para su beneficio, pues es de gran utilidad y aporte para el proceso de enseñanza-aprendizaje.

El empleo de la tecnología en la educación "ha permitido el desarrollo de nuevas estrategias pedagógicas que han enriquecido los procesos de aprendizaje, facilitando a los estudiantes interactuar en contextos virtuales o con recursos multimedia, simulando situaciones o resolviendo problemas reales, de manera individual o grupal" (Ministerio de Educación del Ecuador, 2012, p.7), es por ello que el docente debe de estar al tanto de todos los recursos que esta posee y adecuarla a su metodología de enseñanza, promoviendo aprendizajes significativos.

Dentro de los recursos tecnológicos, se tiene el software educativo, definido como "cualquier programa computacional cuyas características estructurales y funcionales sirvan de apoyo al proceso de enseñar, aprender y administrar, o el que está destinado a la enseñanza y el autoaprendizaje y además permite el desarrollo de ciertas habilidades cognitivas" (Vidal, Gómez & Ruiz, 2010, p.97). Tal es el caso del programa GeoGebra, es un software libre al que pueden acceder tanto docentes como estudiantes sin necesidad de una licencia, además tiene la ventaja de ser compatible con múltiples plataformas; es una herramienta beneficiosa para el estudio de la Geometría plana y del espacio, pues permite analizar los sólidos en todas sus perspectivas mejorando la percepción visual, gracias al dinamismo que el programa ofrece. Por lo tanto, es primordial que el docente conozca a el manejo del software para que incorpore diversas actividades a sus clases y hacer el estudio de la temática en cuestión más dinámica y activa.

1.4.4 Videos educativos

Los videos educativos son un recurso más que el docente puede utilizar, con la posibilidad de aprovechar diversos videos ya existentes en la red o crearlos de acuerdo al objetivo de la clase, pues su empleo permite "la construcción de un conocimiento significativo dado que se aprovecha el potencial comunicativo de las imágenes, los sonidos y las palabras para transmitir una serie de experiencias que estimulen los sentidos y los distintos estilos de aprendizaje"(Federación de enseñanza de Comisiones Obreras de Andalucía, 2011, p.2). De esta forma se aparta de lo tradicional, permitiendo que el estudiante comprenda los contenidos con una amplia variedad de ejemplos en diferentes contextos, además de que esta información está a su alcance en cualquier momento.

1.4.5. Objeto de aprendizaje

El objeto de aprendizaje, según el Ministerio de Educación Nacional de Colombia (citado por Callejas, Hernández & Pinzón, 2011) es "todo material estructurado de una forma significativa, asociado a un propósito educativo y que corresponda a un recurso de carácter digital que pueda ser distribuido y consultado a través de la Internet" (p.178). Estos representan un recurso innovador que hace uso de las Tecnologías de Información y Comunicación para lograr clases interactivas y aprendizajes significativos en el alumnado.

Callejas et al. (2011) refieren que este recurso tiene las siguientes características:

- Flexibilidad: ya que se pude usar en diferentes contextos
- Personalización: brinda la facilidad de agregar, eliminar o modificar los contenidos de acuerdo a las necesidades educativas de los actores.
- Modularidad: se pueden agrupar en módulos para abordar temáticas completas y facilitar su distribución.
- Adaptabilidad: ofrece la ventaja de adecuar sus actividades según los diferentes estilos de aprendizaje.

- Durabilidad: la información y las actividades puede perdurar a través de los años y si es necesario se puede actualizar fácilmente.

En el objeto de aprendizaje se puede incluir objetivos, introducción, contenido, ejercicios, imágenes, videos educativos, actividades que consoliden la temática, entre otras. Cuyo desarrollo está basado en cualquier estrategia didáctica que promueva el aprendizaje del estudiante.

CAPÍTULO II

METODOLOGÍA Y RESULTADOS

2.1. METODOLOGÍA

El enfoque de esta investigación fue de carácter cuantitativo y cualitativo, con el fin de conocer las dificultades que existían en el estudio de la materia de Geometría plana y del espacio, específicamente en el tema de poliedros regulares; y de este modo obtener información sobre que recursos, estrategias y técnicas son las más apropiadas para el estudio de la materia mencionada. Para recopilar datos que den sustento a la propuesta, se trabajó con estudiantes de la carrera de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca haciendo uso de dos técnicas de investigación: encuesta y la prueba.

2.1.1. Encuesta

Se trabajó con una población de ciento cincuenta y seis estudiantes de la carrera, pertenecientes a los ciclos de segundo, cuarto, sexto, séptimo y noveno que cursaron la asignatura de Geometría plana y del espacio en el primer ciclo. Se decidió trabajar con la población y no con una muestra debido al número reducido de estudiantes.

Esta técnica tuvo como instrumento un cuestionario de nueve preguntas (ver anexo 1) que tenían como premisa obtener información relacionada con los objetivos planteados. Aquellas fueron de opción múltiple y de escalas tanto numérica como Likert con aspectos cognitivos y pedagógicos. Las preguntas 1, 2, 6 y 9 estaban centradas en conocer cómo fueron desarrolladas las clases de Geometría plana y del espacio y si estas han sido comprensibles; las preguntas 3, 4 y 5 nos proporcionan información acerca de las dificultades que se crea al analizar figuras tridimensionales, finalmente las preguntas 7 y 8 indican que recursos serían los más óptimos para la enseñanza de la Geometría plana y del espacio. Cabe mencionar que de las 9 preguntas formuladas se analizaron únicamente 7 (1,2,3,4,7,8,9), ya que las preguntas 5 y 6 se argumentan implícitamente con las otras.

Una vez aplicada, se procedió a la tabulación de datos y con el uso de la hoja de cálculos, se realizaron las tablas y gráficos que muestran la información de manera compacta para su interpretación.

2.1.2. Prueba

La segunda técnica de investigación, la prueba (ver anexo 2), se aplicó a todos los estudiantes encuestados; la misma constaba de cuatro preguntas basadas en la destreza de "reconocer y nombrar los poliedros regulares", cuya finalidad fue la de obtener datos suficientemente amplios y fiables acerca de las dificultades que revelan los encuestados sobre el tema. Posteriormente, conseguir una referencia de cómo se podría corregir la problemática encontrada y generar una posible solución.

Las preguntas planteadas, uno y cuatro, tenían como objetivo demostrar si los encuestados poseen los conocimientos necesarios acerca de los poliedros regulares, cuántos son y con qué otro nombre se los conoce. En cambio, las preguntas dos y tres, se referían a la clasificación y denominaciones de los poliedros que pertenecen a este grupo. Para su ejecución, se les presentó un conjunto de sólidos entre ellos estaban prismas, pirámides, poliedros regulares e irregulares. Las dos preguntas fueron semejantes, pero con la diferencia de que en la primera se les presentó los sólidos, mientras que en la segunda se propuso la plantilla que forman dichos sólidos.

La calificación de la prueba se la realizó de la siguiente manera: las preguntas uno y cuatro se les asignó una valoración de un punto a cada una, la pregunta 2 tuvo una valoración de tres puntos, mientras que la pregunta 4 se le otorgó cinco puntos.

2.2. ANÁLISIS DE DATOS Y RESULTADOS

2.2.1. Análisis de la encuesta

PREGUNTA 1: El docente que impartió la asignatura de Geometría Plana y del Espacio para brindar una explicación clara y oportuna utilizó.

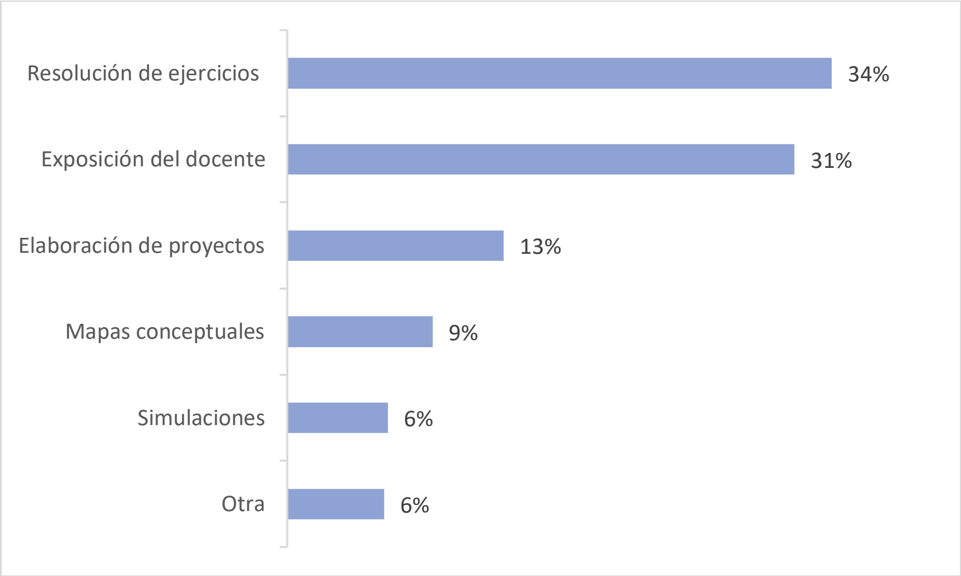


Figura 1: Estrategias utilizadas por el docente

Fuente: Autoría propia

La mayoría de estudiantes concuerda que las clases de Geometría plana y del espacio fueron desarrolladas en base a resolución de ejercicios (34%) y clases expositivas por parte del docente (31%), dando como resultado una poca participación dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje, convirtiéndose en un ser pasivo y únicamente receptor de los contenidos.

No obstante, existe una pequeña parte de la población que revela que los docentes han optado por una estrategia constructivista como es la elaboración de proyectos (13%), esta poca aplicabilidad podría ser causa de que aún persiste la enseñanza tradicionalista.

PREGUNTA 2: Con una valoración del uno al cinco, en donde 1 es nunca y 5 es siempre, exprese si el docente cumplió sus expectativas e impartió clases en que la mayoría de sus contenidos fueron entendidos correctamente.

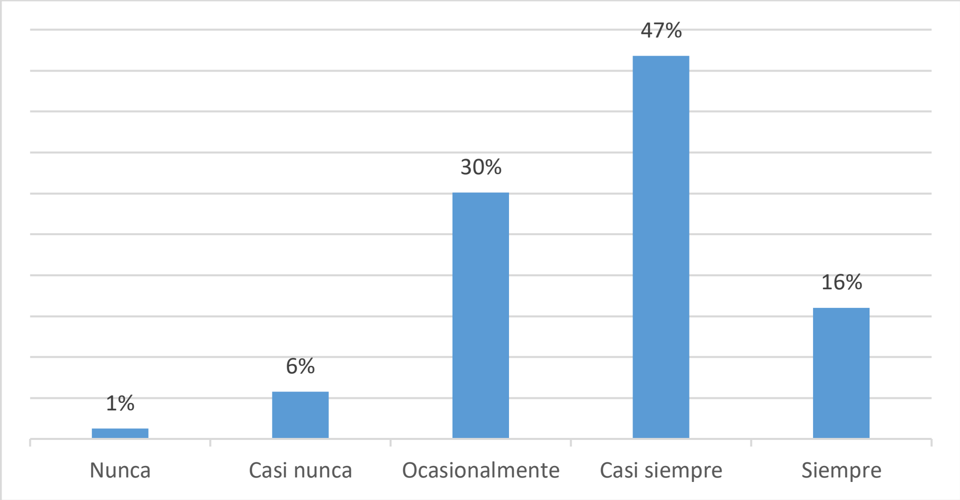


Figura 2: Expectativas cumplidas por el docente

Fuente: Autoría propia

Existe un 63% de encuestados que expresa que los contenidos de Geometría se entendieron correctamente, aunque esto no se ve reflejado en la prueba aplicada (ver figura 8), demostrándose que no fueron aprendidos de forma significativa.

PREGUNTA 3: Con una valoración del uno al cinco, en donde 1 es muy fácil y 5 es muy difícil ¿Qué tan complejo es para usted al analizar una figura de tres dimensiones (sólidos) en el plano?

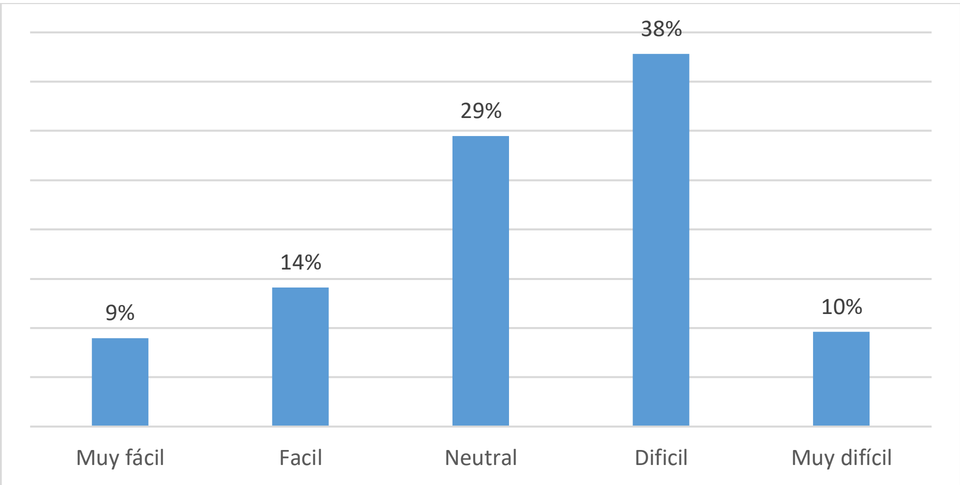


Figura 3: Nivel de complejidad al analizar un sólido en el plano

Fuente: Autoría propia

La figura 3 muestra que al 48% de estudiantes les dificulta analizar figuras tridimensionales en el plano, esto puede ser causado por falta de destrezas, como la observación, dado que en el plano no se aprecian todos los elementos que conforman el sólido. En cambio, 23% encuestados manifiestan que estudiar figuras de 3d en el plano no presentan dificultades, esto puede ser que de alguna forma desarrollaron habilidades requeridas para el estudio de esta materia, ya sea con la practica o simplemente que cuentan con cualidades innatas.

Pregunta 4: Al momento de analizar un sólido en el plano, esto se le dificulta debido a:

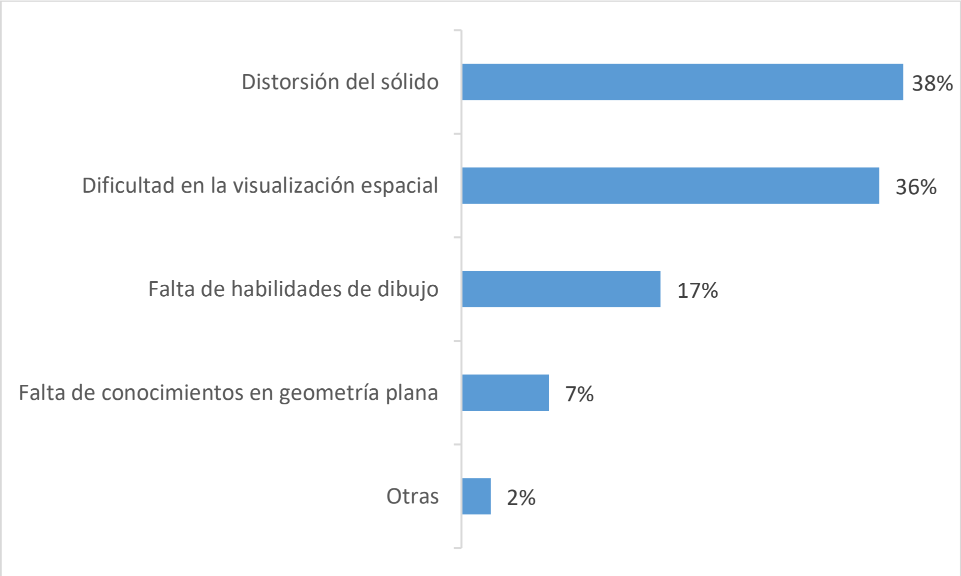


Figura 4: Razones por las que se presentan dificultades en el estudio de un sólido en el plano

Fuente: Autoría propia

La figura 4 demuestra que a la mayoría de estudiantes presentan dificultades al analizar figuras tridimensionales en dos dimensiones debido a que el sólido se ve distorsionado en comparación a la realidad, lo cual se puede inferir por la falta de entrenamiento en la visualización espacial que puede ser a raíz del poco uso de recursos didácticos que ayuden a observar directamente los sólidos en sus tres dimensiones.

PREGUNTA 7: Enumere del uno al siete, considerando que uno es muy importante y siete poco importante, de los siguientes materiales cuáles cree que se complementan a su forma de aprendizaje.

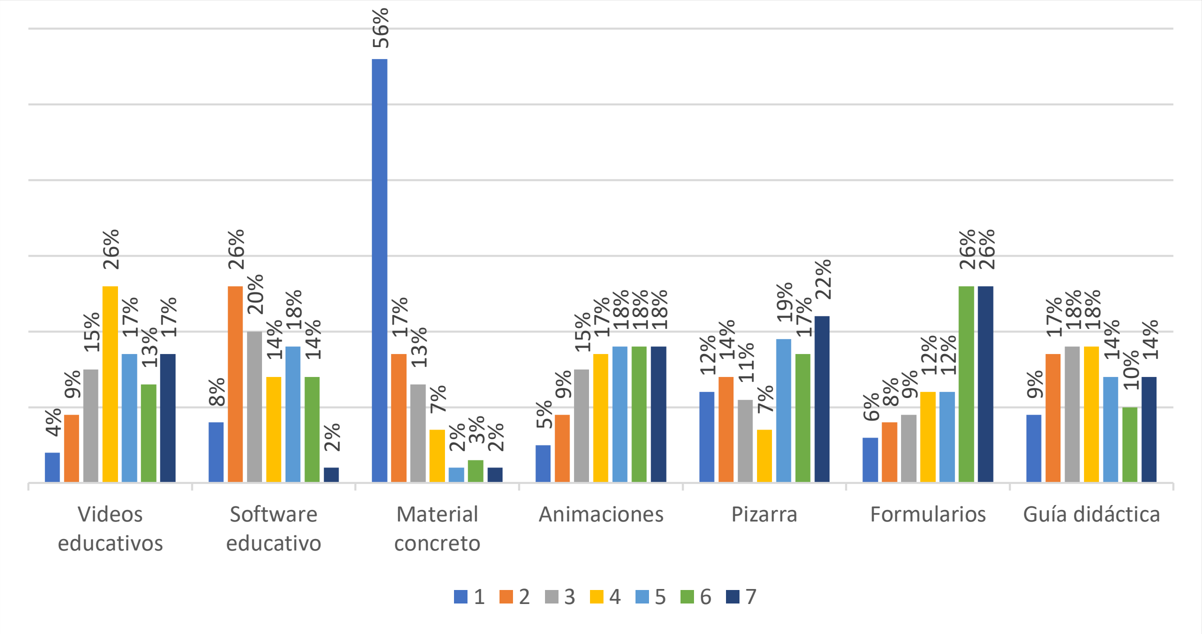


Figura 5: Materiales que complementan la forma de aprendizaje del estudiantado

Fuente: Autoría propia

Los encuestados consideran que el material concreto, software y guía didáctica son los más adecuados para el estudio de los sólidos, ocupando los tres primeros lugares respectivamente. No es de extrañarse que estos tres recursos sean los más destacados, puesto que estos ayudan a que el estudiante tenga una alternativa más dinámica y llamativa para asimilar los contenidos y que su aprendizaje sea significativo.

Sin embargo, hay que considerar que los otros recursos: pizarra, formularios, animaciones y guía, son una alternativa más que favorece en su aprendizaje.

Pregunta 8: Señale los aspectos que mejorarían la enseñanza con el uso de material concreto.

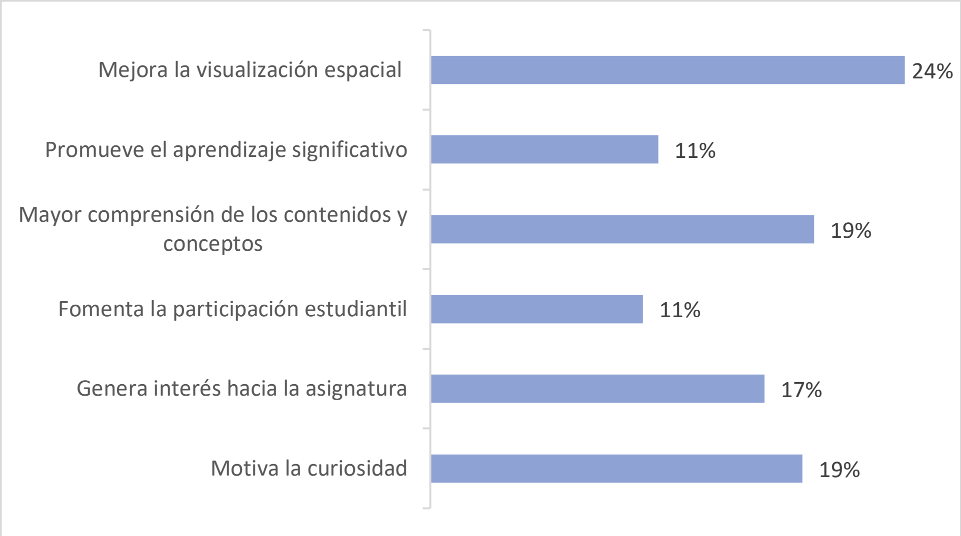


Figura 6: Aspectos que mejorarían la enseñanza con el uso de material concreto.

Fuente: Autoría propia

Los encuestados consideran que el material concreto mejoraría la visualización espacial ya que esta habilidad se ve complicada tal como se mencionó anteriormente, también influye en que la materia sea más atractiva e interesante proporcionando mayor comprensión de los contenidos puesto que tienen la oportunidad de manipular, interactuar, interpretar y entender cada uno de los elementos del sólido, algo que claramente en el plano no se lograría apreciar, generando interés hacia la materia.

PREGUNTA 9: ¿Qué recursos didácticos fueron utilizados por el docente para impartir geometría del espacio?

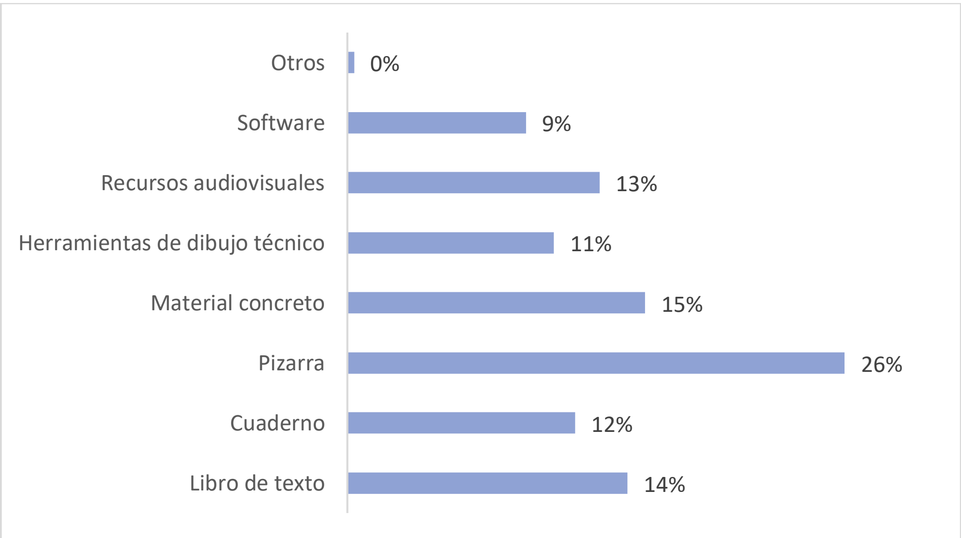


Figura 7: Recursos didácticos que fueron utilizados por el docente

Fuente: Autoría propia

En la figura 7 se visualiza que los recursos utilizados por el docente en sus clases son: la pizarra 26%, material concreto 15%, libro de texto 14%, recursos audiovisuales 13%, cuaderno 12%, entre otros. A pesar que entre estos recursos se encuentra el material concreto, claramente se puede observar su uso ocasional ya que la pizarra lleva un mayor porcentaje en comparación con los demás, y relacionando con el análisis anterior se puede deducir que es uno de los motivos por lo cual el estudiantado manifiesta estas complicaciones de análisis de los sólidos.

2.2.2. Análisis de la prueba

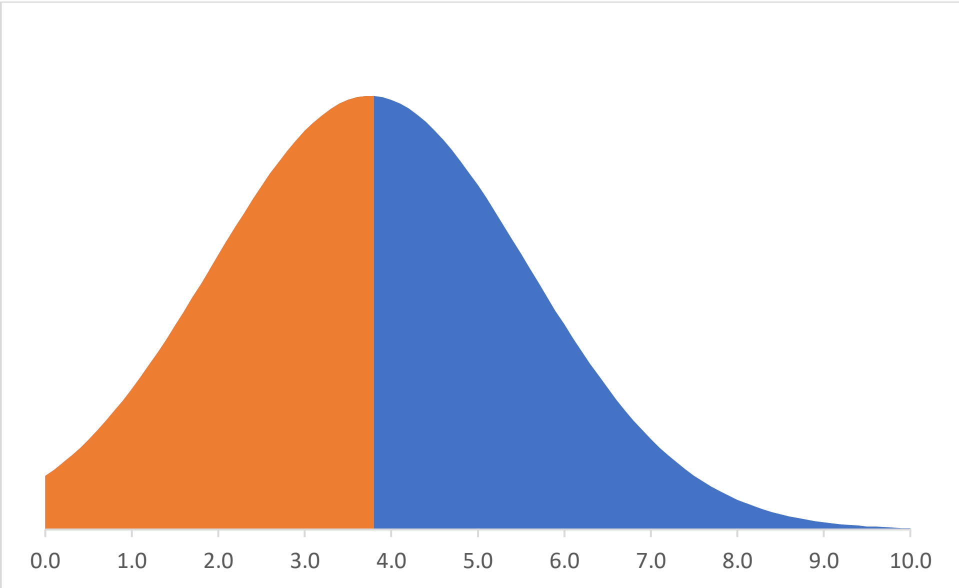


Figura 8: Distribución normal de las calificaciones

Fuente: Autoría propia

La figura 8 revela los resultados obtenidos de la prueba, en el cual se puede observar que el promedio general de todos los encuestados es de 3,8 sobre una calificación de 10 puntos. Esto indica que los conocimientos con respecto al tema son escasos y no fueron concebidos de manera significativa, lo que, llevado a una valoración de evaluación y categorización escolar, no alcanzan la nota mínima para aprobar, obteniendo una apreciación de *insuficiente.*

PREGUNTA 1: Indique cuantos poliedros regulares existe.

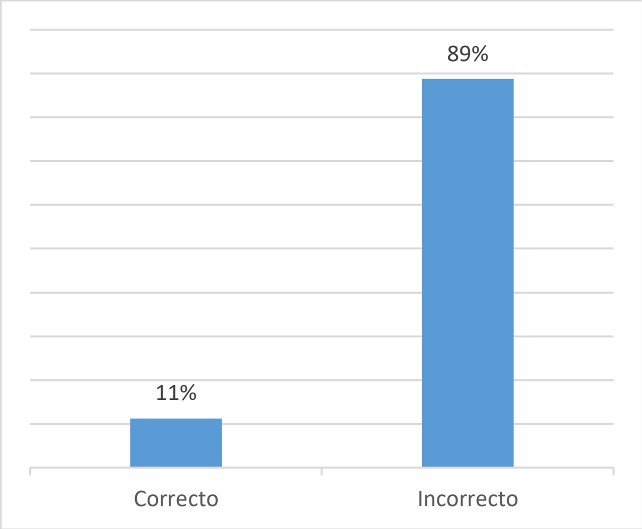


Figura 9: Respuestas de la pregunta 1

Fuente: Autoría propia

La figura 9 muestra los aciertos y desaciertos de la pregunta uno. Se puede observar que apenas el 11% de los encuestados responden correctamente. Lo que indica que, si fallaron en esta pregunta, las siguientes corrían alto riesgo de ser respondidas de manera errónea pues existe estrecha relación entre la primera y el resto de ellas.

PREGUNTAS 2 Y 3: Reconozca y nombre los poliedros regulares

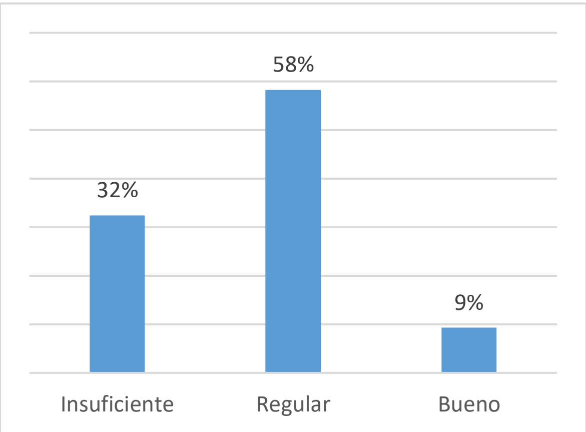


Figura 10: Respuestas de la pregunta 2

Fuente: Autoría propia

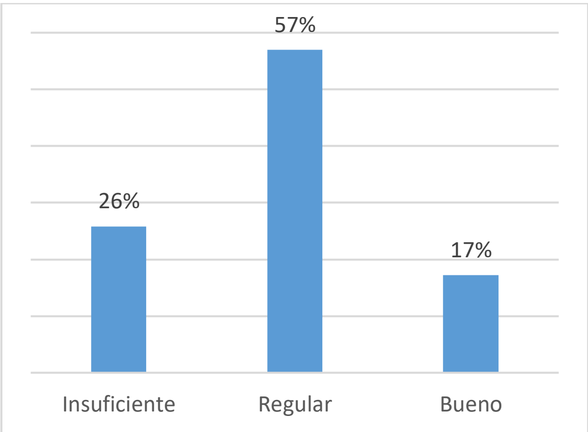


Figura 11: Respuesta de la pregunta 3

Fuente: Autoría propia

Las preguntas dos y tres tenían el mismo enunciado: *Reconozca y nombre los poliedros regulares.* En la pregunta dos obtuvieron un puntaje menor con respecto a la pregunta tres, esto se puede interpretar que al estudiantado se le facilita observar la plantilla que formará el sólido en lugar de entender la figura distorsionada en el plano.

Por otra parte, el mayor porcentaje de las dos preguntas, con un 58% y 57 % respectivamente, tienen una apreciación regular, puesto que no fueron respondidas totalmente. Esto tiene una relación con la primera pregunta, ya que si no saben cuántos poliedros regulares son, no podrán señalar correctamente los poliedros que se piden.

PREGUNTA 4: Los poliedros regulares son también conocidos como (……) debido a (……).

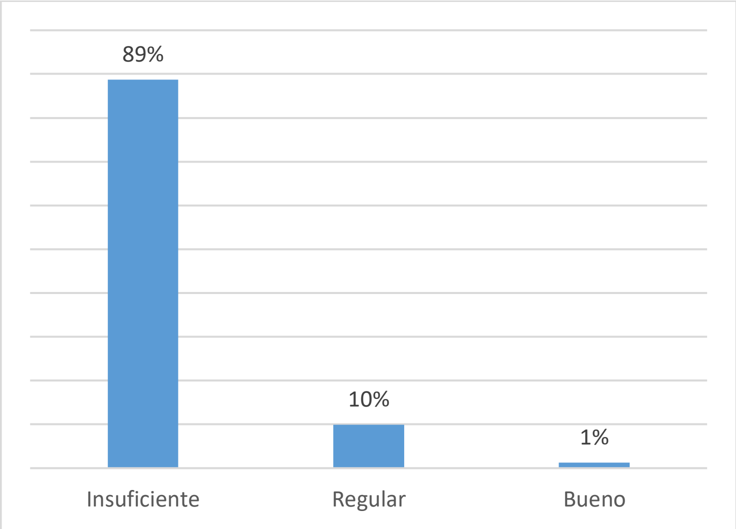


Figura 12: Respuestas de la pregunta 4

Fuente: Autoría propia

Esta pregunta tenía dos dificultades, de las cuales, apenas el 1% de los encuestados respondió correctamente. Sin embargo, lo que más llama la atención es que el 89% demostró que los alumnos olvidaron estos datos debido a que el aprendizaje no fue significativo.

2.2.3. Interpretación de resultados

- El 48% de encuestados demuestra que tienen dificultades en el análisis de sólidos, ocasionado por la distorsión y dificultad en la visualización espacial (74%), puesto que la principal herramienta de trabajo es la pizarra, dificultando esta en el traslado de una figura tridimensional a 2D. Además, de que las clases son desarrolladas de manera expositiva por parte del docente y en la resolución de ejercicios, haciendo que el aprendizaje no sea significativo demostrado en la prueba aplicada.

- Un gran número de encuestados indican que el uso de recursos didácticos es una buena alternativa para que sus clases sean más atractivas y dinámicas. Entre los recursos que más afinidad demuestran los estudiantes es el material concreto con un 56%, puesto que permite mejorar la habilidad de la visualización espacial debido a que esta habilidad no la tienen totalmente desarrollada ya sea por falta de entrenamiento o estar constantemente en el análisis de figuras bidimensionales. Los otros materiales que enfatizan los estudiantes utilizar en clases son: software educativo, guía didáctica y videos educativos, estos son complementos que permiten al docente brindar clases constructivistas y significativas.

.

CAPÍTULO III

PROPUESTA

3.1. Desarrollo de la propuesta

La propuesta está basada en la elaboración de una guía didáctica dirigida para docentes y estudiantes de la carrera de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca, en el tema de Poliedro regulares de la materia de Geometría plana y del espacio.

3.1.1. Guía didáctica

La guía consta de seis clases, basadas en los tres momentos: anticipación, construcción y consolidación, con un tiempo sugerido para cada momento. El objetivo principal de esta guía es propiciar en los estudiantes un papel activo en el proceso de enseñanza-aprendizaje por lo cual se incluye estrategias metodológicas, recursos didácticos como: material concreto, videos educativos, software educativo y ejercicios contextualizados que permiten desarrollar clases constructivistas y significativas. Cabe mencionar que en cada clase se proporciona links para descargas o para acceder a videos, estos se encuentran recopilados en un CD al final del texto.

3.1.1.1. Material concreto

Están diseñados cuatro sets, que a continuación de describen:

Set 1: Poliedros regulares verdes.

Imagen 1: Estructura de la propuesta

Fuente: Autoría propia

- Este set consta de cinco sólidos que representan los cinco poliedros regulares construidos en madera que permite su manejo y durabilidad.
- Su tamaño es ideal para la observación ante un grupo numeroso de estudiantes durante la clase incentivando su curiosidad.
- Fomenta el desarrollo de la habilidad de visualización puesto que se puede observar cada uno de los elementos que conforman el sólido.
- Todos tienen una altura (desde la base) de 20 cm.

Set 2: Plantillas de poliedros regulares

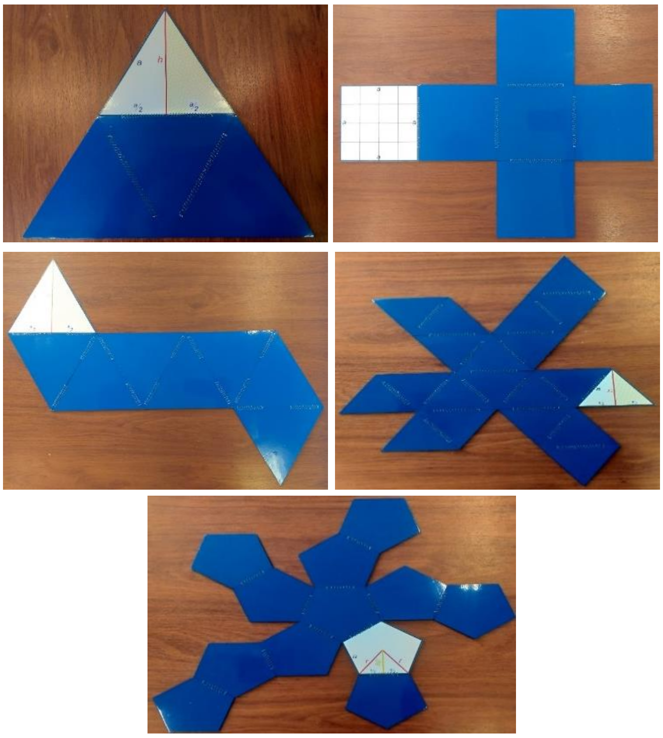


Imagen 2: Estructura de la propuesta

Fuente: Autoría propia

- Este set está conformado por plantillas de los cinco poliedros regulares construidos de PVC, unidos cada una de sus piezas con hilo nylon lo cual permite mayor flexibilidad y manejo del recurso.
- Favorece la observación del desarrollo de los poliedros regulares de tres a dos dimensiones.
- Con estos materiales se puede calcular las distintas fórmulas del área de cada uno de los poliedros regulares de una manera más didáctica y comprensiva.

Set 3: Poliedros regulares naranja

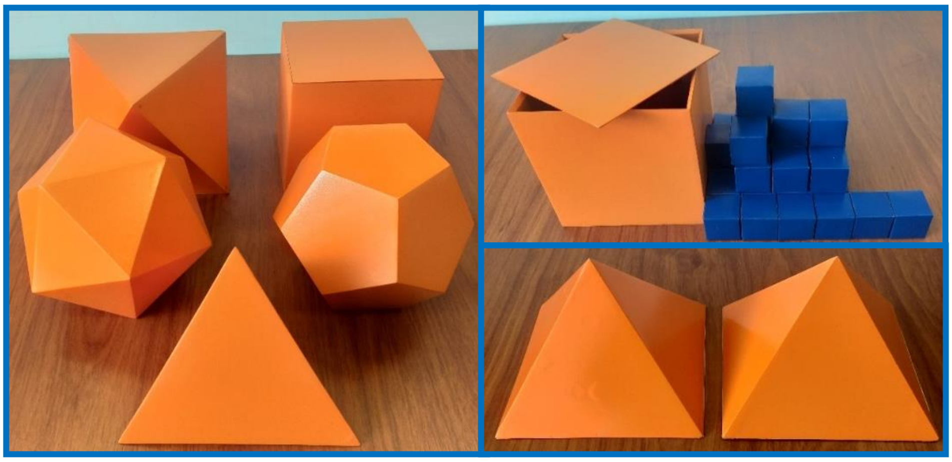


Imagen 3: Estructura de la propuesta

Fuente: Autoría propia

- Este set consta de cinco sólidos que representan los cinco poliedros regulares construidos en madera que permite su manejo y durabilidad.
- Consta también de un juego de 64 cubos construidos en cartulina de color azul, que ayudan en el redescubrimiento del volumen del hexaedro regular.
- El octaedro regular se descompone en dos pirámides de base cuadrada idénticas que facilitan su análisis.
- El set completo trabaja en conjunto con el set 2, ayudando a que las plantillas las cubran perfectamente y se visualice el proceso de 2D a 3D.

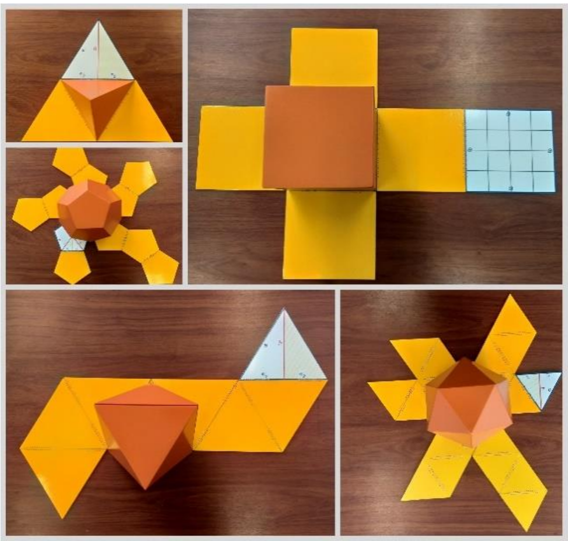


Imagen 4: Estructura de la propuesta

Fuente: Autoría propia

Set 4: Caleidoscopio poliédrico para el Icosaedro

Imagen 5: Estructura de la propuesta

Fuente: Autoría propia

- Este set está conformado de un caleidoscopio poliédrico construido de espejos triangulares equiláteras y de dos pirámides de base triangular fabricadas de PVC.
- Permite observar de una forma virtual cómo se genera el icosaedro regular con tan solo usar una pirámide de base triangular (tetraedro regular) sin importar su tamaño.

3.1.1.2. Estructura de las clases

Tabla 1: Estructuración de las clases

Guía didáctica			
Clases	**Anticipación**	**Construcción**	**Consolidación**
1. Introducción a los cuerpos geométricos	• Preguntas previas sobre: caras, aristas, vértices, sólido. • Preguntas previas: polígono, regular, poliedros.	• Escribir los conceptos en equipos de trabajo con la ayuda de los materiales didácticos. • Obtener características de los poliedros regulares.	• Validar la relación de Euler. • Reconocer cada poliedro regular por medio del material concreto.

2. Tetraedro Regular	• Activación de conocimientos previos • Características del poliedro regular	• Mediante el uso de material didáctico deducir el área del sólido. • Encontrar la relación de volumen de un prisma y una pirámide. • Generalizar una fórmula para el área y el volumen de dicho sólido. • Calcular el ángulo diedro.	• Resolución de problemas utilizando los conceptos aprendidos durante la clase • Construcción del sólido.
3. Hexaedro Regular	• Concepto, características, propiedades, etc., del hexaedro. • Comprobar si la unión de dos tetraedros regulares con una cara común forma un hexaedro regular.	• Redescubrir la formula del área y volumen mediante la experimentación. • Calcular el ángulo diedro	• Resolución de problemas utilizando los conceptos aprendidos durante la clase • Construcción del sólido.
4. Octaedro Regular	• Preguntas y respuestas	• Con el uso de material concreto observar el sólido. Formular preguntas. • En forma grupal deducir el área y volumen del solido con la ayuda del material concreto • Generaliza la fórmula para el área y volumen del sólido.	• Resolución de problemas utilizando los conceptos aprendidos durante la clase • Construcción del sólido

5. Dodecaedro Regular	• Observación del video educativo en casa.	• Con ayuda del video y el material concreto, deducir el área y volumen del sólido. • Generalizar la fórmula para el área y volumen del solido	• Resolución de problemas utilizando los conceptos aprendidos durante la clase • Proceder con la construcción del solido con recortables. • Investigar si existen construcciones con este sólido
6. Icosaedro Regular	• Trabajo investigativo: investigar que es un caleidoscopio, características, propiedades, etc. • Objeto de Aprendizaje en casa. • Formular preguntas sobre los contenidos abordados en el objeto de aprendizaje.	• Con el uso de material concreto(caleidoscopio) observar lo que sucede al introducir una pirámide de base triangular. • Socialización del objeto de aprendizaje visto en casa y del caleidoscopio. • Generalizar una fórmula para el área y el volumen de dicho sólido	• Resolución de problemas utilizando los conceptos aprendidos durante la clase • Construcción del solido

Fuente: Autoría propia

3.1.2. Validación

UNIVERSIDAD DE CUENCA

FACULTAD DE FILOSOFÍA LETRAS Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

CARRERA DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA

RÚBRICA PARA LA EVALUACIÓN DE MATERIALES DIDÁCTICOS

Trabajo de Titulación: "ESTRATEGIA METODOLÓGICA PARA LA ENSEÑANZA DE POLIEDROS REGULARES EN LA MATERIA DE GEOMETRÍA PLANA Y DEL ESPACIO"

Estudiantes responsables: Eulalia Abigail Barrezueta Nieves, C.I.:0704472141
Michael Joseph Escandón Jordán, C.I.: 0106571433

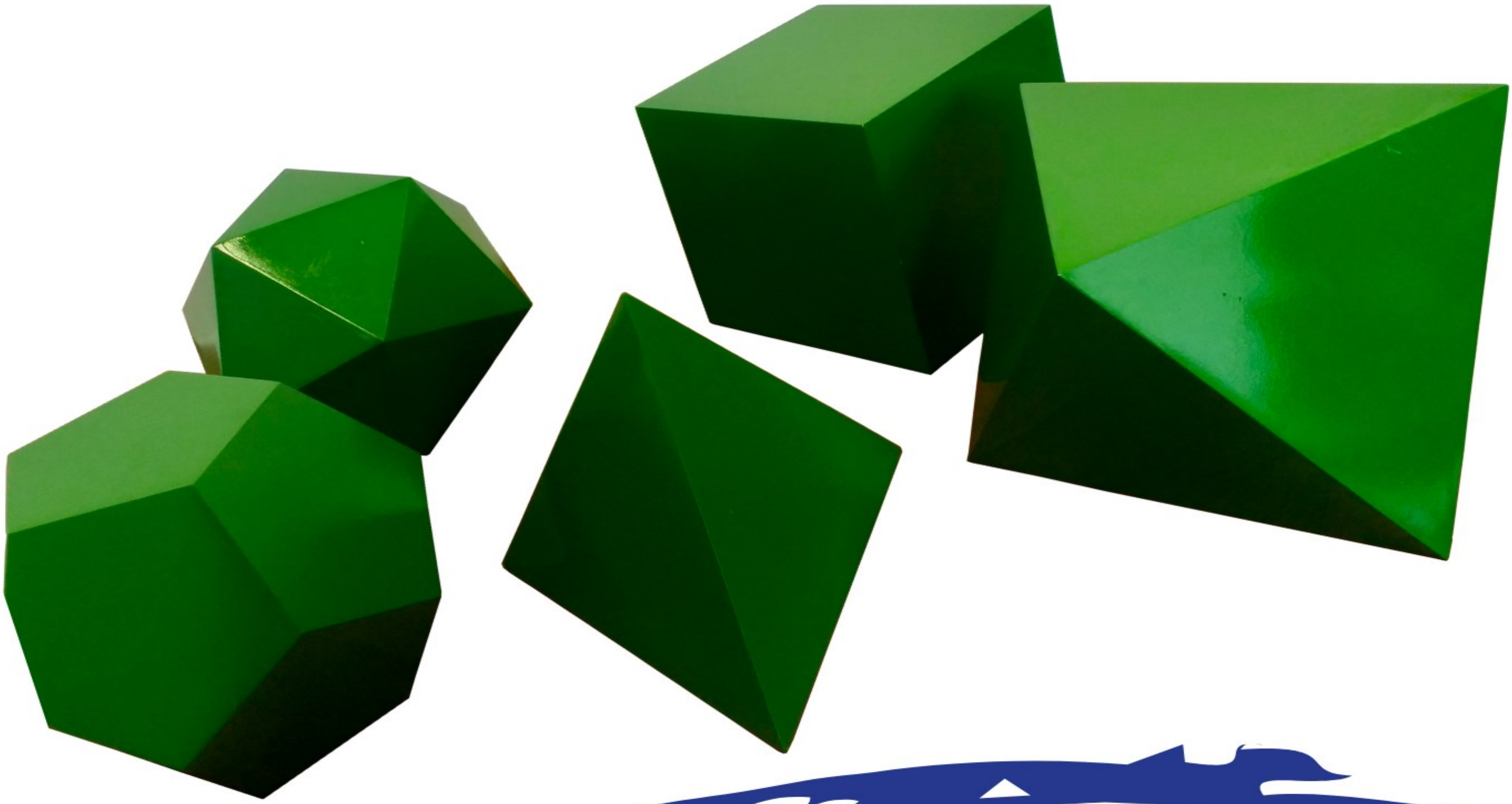
N°	ASPECTOS GENERALES	INDICADOR	VALORACIÓN		
			SÍ	NO	NA
1	ESTRUCTURA Y ORGANIZACIÓN	Los materiales guardan relación y correspondencia con los contenidos que se pretenden enseñar.	✓		
		Su presentación despierta y mantiene el interés.	✓		
		El material didáctico es versátil.	✓		
		En su elaboración existe una variedad de materiales.	✓		
		Su confección es prolija y agradable visualmente.	✓		
		El material ayuda a despertar la posibilidad de análisis y reflexión.	✓		
2	ENFOQUE Y OBJETIVO	Se podría reproducir con facilidad.	✓		
		Con el material se pueden proponer distintas actividades que fomenten el aprendizaje.	✓		
		El material ayuda a relacionar los temas a impartir con el mundo real.			✓
		Puede ser utilizado por otros docentes/grupos.	✓		
		Facilita la incorporación de otros materiales y recursos en el proceso didáctico.	✓		
		El material ayuda a desempeñar un papel activo en el proceso de aprendizaje.	✓		
3	APROBADO		✓		

SUGERENCIAS

Cuenca, 18 de diciembre de 2019

Mgt. Eulalia Calle
Evaluador 1

Mgt. Ruth Coronel
Evaluador 2



POLIEDROS REGULARES

GEOMETRÍA PLANA Y DEL ESPACIO

GUÍA DOCENTE

EULALIA ABIGAIL BARREZUETA NIEVES
MICHAEL JOSEPH ESCANDÓN JORDÁN

POLIEDROS REGULARES

GUÍA DOCENTE

Escrita e ilustrada por:

Eulalia Abigail Barrezueta Nieves

Michael Joseph Escandón Jordán

Directora:

Msc. Tatiana Gabriela Quezada Matute

Universidad de Cuenca

Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación

Carrera de Matemáticas y Física

Cuenca – Ecuador

2020

PRESENTACIÓN

Esta guía es un material de apoyo para el docente en el que se desarrollan clases constructivistas de temas relacionados con los poliedros regulares, puede ser modificada acorde a las necesidades que se presente en el aula de clase. Cuenta con seis clases, cada una de ellas estructuradas en los tres momentos (anticipación, construcción y consolidación), con un tiempo sugerido.

El propósito principal de esta guía es propiciar en los estudiantes un papel activo en el proceso de enseñanza-aprendizaje por lo cual se incluye estrategias metodológicas, material concreto, videos educativos, ejercicios contextualizados, entre otros, con el objetivo de generar aprendizajes significativos.

ÍNDICE

INDICACIONES GENERALES

Para desarrollar las seis clases que contiene esta guía se proporciona al docente indicaciones de cómo llevarlas a cabo con eficacia. Cada clase contiene: estrategias metodológicas, tiempos para cada momento de la clase (anticipación, construcción y consolidación), recursos didácticos (material concreto, software y videos educativos), que será muy provechoso para desarrollar clases significativas. Cabe mencionar que en cada clase se proporciona links para descargas o para acceder a videos, éstos se encuentran recopilados en un CD al final de este texto.

Existe una variedad de estrategias/técnicas metodológicas que ayudan al docente a planificar sus clases de forma didáctica y atractiva, permitiendo la construcción de un verdadero aprendizaje, es decir, aprendizajes comprensibles y duraderos. Este texto se fomenta en el desarrollo de diversas estrategias y técnicas metodológicas, una para cada clase, con el apoyo de recursos didácticos; que a continuación se describe.

ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS

- **Trabajo en equipo**

Consiste en la interdependencia activa entre los miembros de un grupo que quieren logar un objetivo común; se valora la opinión y compromiso de cada uno de los integrantes y sus habilidades para lograr acuerdos al momento de presentar resultados (Instituto Internacional de Planeamiento de la Educación, 2000). El docente tiene la labor de formar equipos homogéneos o heterogéneos que sean convenientes para alcanzar los objetivos planteados, buscando siempre que se permita el contraste de ideas o argumentos entre los participantes.

- **Lluvia de ideas**

La lluvia de ideas es una técnica para trabajar en grupo, que permite conocer conocimientos previos que posee el estudiantado, generar nuevas ideas para formular nuevos conceptos, incentiva a los alumnos a ser más creativos, colaborativos y críticos, propicia la participación activa de todos los integrantes del grupo, siempre y cuando se garantice un ambiente de creatividad y respeto (Condemarín, 2000). El docente debe actuar como moderador, llamando la atención de los estudiantes y motivándolos a participar activamente, mientras anota las ideas en la pizarra para posteriormente analizarlas y organizarlas con respecto al tema central y finalmente obtener una síntesis de todo lo planteado.

- **Aprendizaje por descubrimiento**

Esta estrategia está enfocada en el aprendizaje mediante la experiencia, formulación de conceptos y su entendimiento por medio de actividades que permitan reconstruir y redescubrir conocimientos científicos. Es por esto que Parra (2003) afirma que “la mejor manera de aprender algo es descubrirlo por ti mismo" (p.40). El docente debe guiar este aprendizaje mediante la planificación de actividades diversas que faciliten ese descubrimiento, pues el estudiante, no necesariamente debe aprender de manera autónoma ya que no podría lograr los objetivos esperados en la clase.

- **Método de preguntas**

Es un diálogo entre el profesor y alumnos a partir de cuestionamientos que facilitan la interacción para la discusión de cierto tema, permite evaluar el nivel de conocimiento que posee el alumno, ayuda a los estudiantes a ser más reflexivos y alertas, es decir, estarán más atentos y activos en la clase. El docente debe poseer la habilidad de hacer preguntas en el momento oportuno, utilizando el lenguaje adecuado para que sus alumnos entiendan y éstos puedan dar respuestas claras y concisas para conseguir los resultados deseados de la clase (Siso, 2012).

- **Juego Lúdico**

Es una estrategia que permite aprender y adquirir conocimientos de una forma recreativa, ayudando a los estudiantes a desempeñarse mejor y con tranquilidad de una manera relajada en sus estudios (Olfos,2001).

- **Aula invertida**

Esta técnica se basa en que ciertos contenidos los alumnos lo pueden aprender de forma autónoma en casa, según su ritmo y estilo de aprendizaje y en el aula de clase se concretan y se aclara cualquier inquietud existente de los contenidos estudiados, es por ello que el rol del docente en esta técnica es la de retroalimentar, guiar y proporcionar los materiales necesarios para facilitar el aprendizaje (Merla & Yáñez, 2016).

MATERIAL CONCRETO

Set 1: Poliedros regulares verdes

Imagen 1

■ ***Fuente:*** *Autoría propia*

- Este set consta de cinco sólidos que representan los cinco poliedros regulares construidos en madera que permite su manejo y durabilidad.
- Su tamaño es ideal para la observación ante un grupo numeroso de estudiantes durante la clase incentivando su curiosidad.
- Fomenta el desarrollo de la habilidad de visualización puesto que se puede observar cada uno de los elementos que conforman el sólido.

CARACTERÍSTICAS DEL SET 1		
Nombre	**Longitud de la arista**	**Altura (desde la base)**
Tetraedro Regular	*24,5 cm*	*20 cm*
Hexaedro Regular	*20 cm*	*20 cm*
Octaedro Regular	*25,5 cm*	*20 cm*
Dodecaedro Regular	*8,8 cm*	*20 cm*
Icosaedro Regular	*13,3 cm*	*20 cm*

Set 2: Plantillas de poliedros regulares

Plantilla 1: Tetraedro Regular

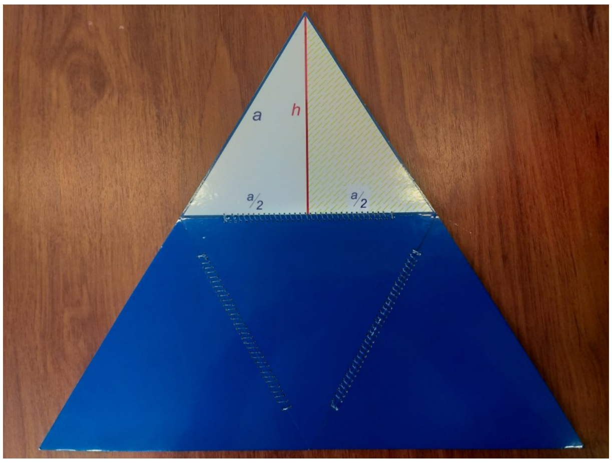


Imagen 2

■ ***Fuente:*** *Autoría propia*

Plantilla 2: Hexaedro Regular

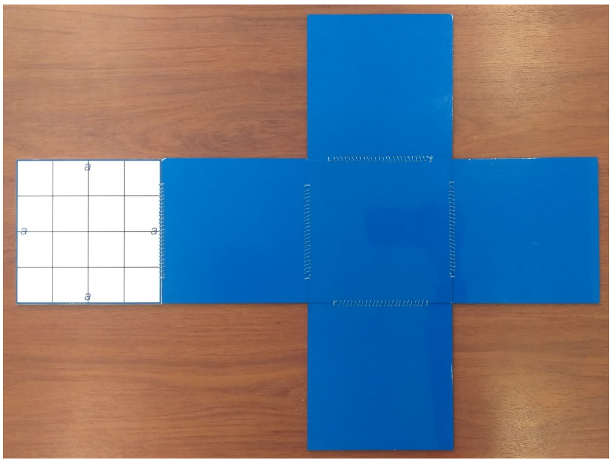


Imagen 3

■ ***Fuente:*** *Autoría propia*

Plantilla 3: Octaedro Regular

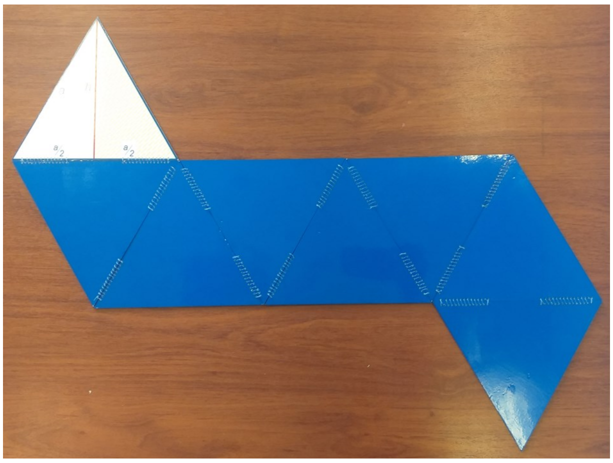


Imagen 4

■ ***Fuente:*** *Autoría propia*

Plantilla 4: Dodecaedro Regular

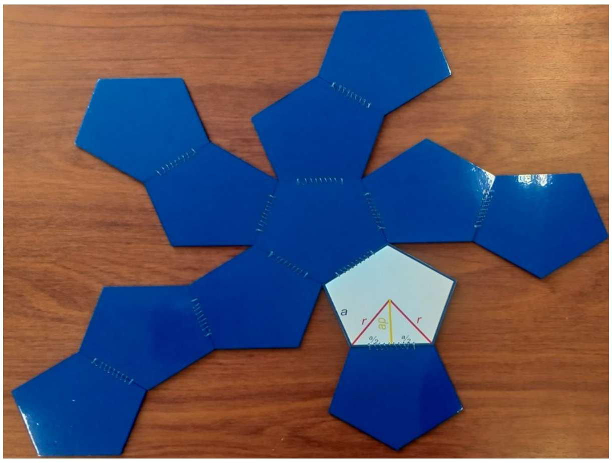


Imagen 5

■ ***Fuente:*** *Autoría propia*

Plantilla 5: Icosaedro Regular

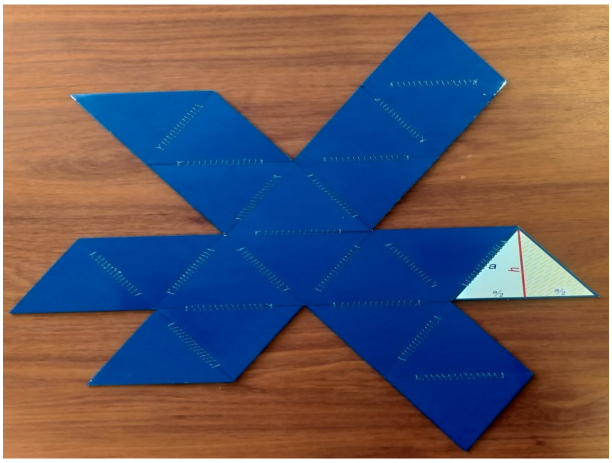


Imagen 6

■ ***Fuente:*** *Autoría propia*

- Este set está conformado por plantillas de los cinco poliedros regulares construidos de PVC, unidos cada una de sus piezas con hilo nylon lo cual permite mayor flexibilidad y manejo del recurso.
- Favorece la observación del desarrollo de los poliedros regulares de tres a dos dimensiones.
- Con estos materiales se puede calcular las distintas fórmulas del área de cada uno de los poliedros regulares de una manera más didáctica y comprensiva.

CARACTERÍSTICAS DEL SET 2	
Nombre	**Longitud de la arista**
Plantilla 1: Tetraedro Regular	*18,9 cm*
Plantilla 2: Hexaedro Regular	*15 cm*
Plantilla 3: Octaedro Regular	*18,9 cm*
Plantilla 4: Dodecaedro Regular	*6, 5 cm*
Plantilla 5: Icosaedro Regular	*10 cm*

Se adjunta enlace para descargar cada una de las plantillas:

http://bit.ly/plantillas-regulares

Set 3: Poliedros regulares naranja

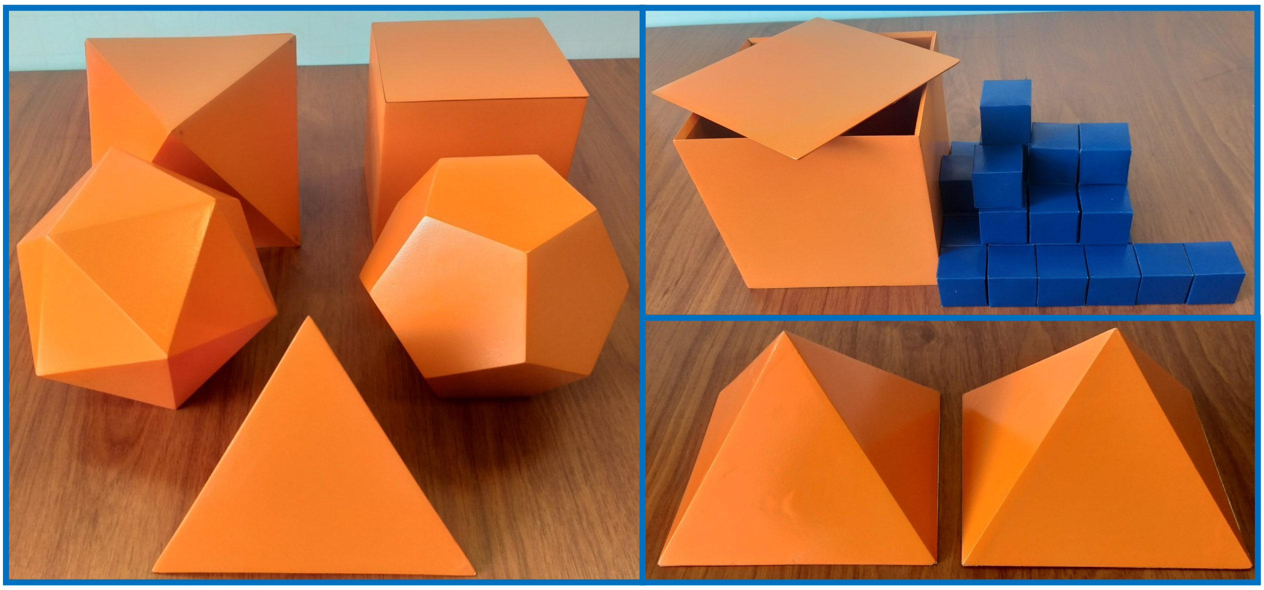


Imagen 7

Fuente: *Autoría propia*

- Este set consta de cinco sólidos que representan los cinco poliedros regulares construidos en madera que permite su manejo y durabilidad.

- Consta también de un juego de 64 cubos construidos en cartulina de color azul, que ayudan en el redescubrimiento del volumen del hexaedro regular.
- El octaedro regular se descompone en dos pirámides de base cuadrada idénticas que facilitan su análisis.
- El set completo trabaja en conjunto con el set 2, ayudando a que las plantillas las cubran perfectamente y se visualice el proceso de 2D a 3D.

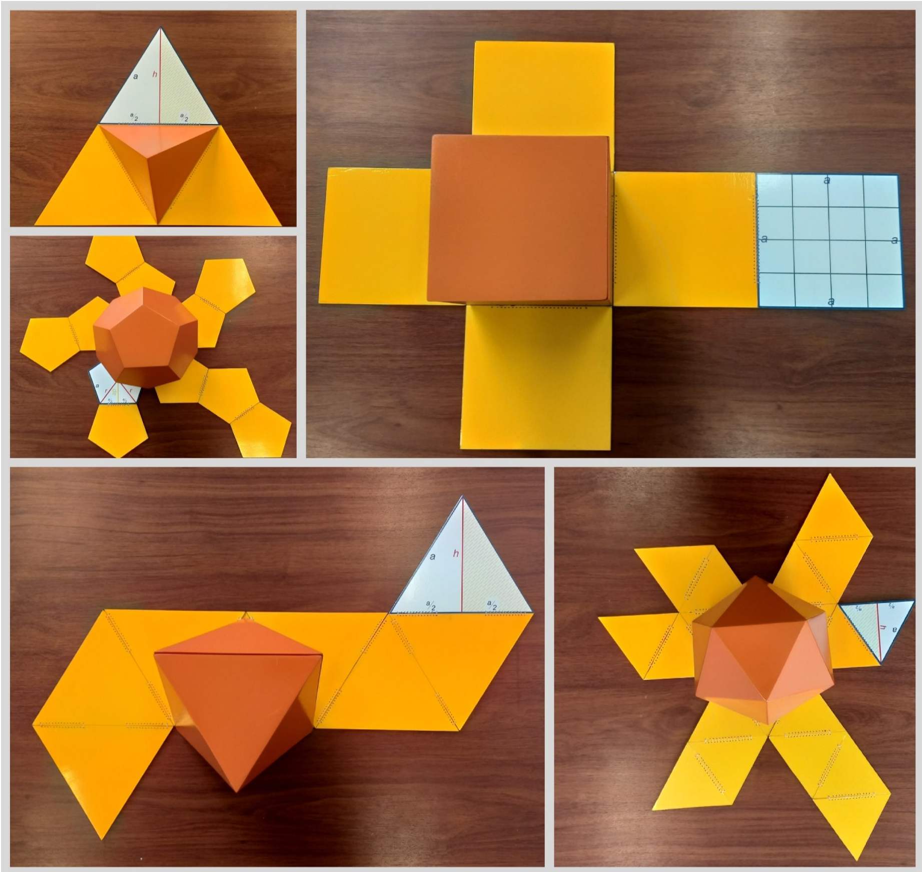


Imagen 8

■ **Fuente:** *Autoría propia*

CARACTERÍSTICAS DEL SET 3		
Nombre	**Longitud de la arista**	**Altura (desde la base)**
Tetraedro Regular	*18,9 cm*	*15 cm*
Hexaedro Regular	*15 cm*	*15 cm*
Octaedro Regular	*18,9 cm*	*15 cm*
Dodecaedro Regular	*6, 5 cm*	*15 cm*
Icosaedro Regular	*10 cm*	*15 cm*
Juego de cubitos	*3,4 cm*	*3,4 cm*

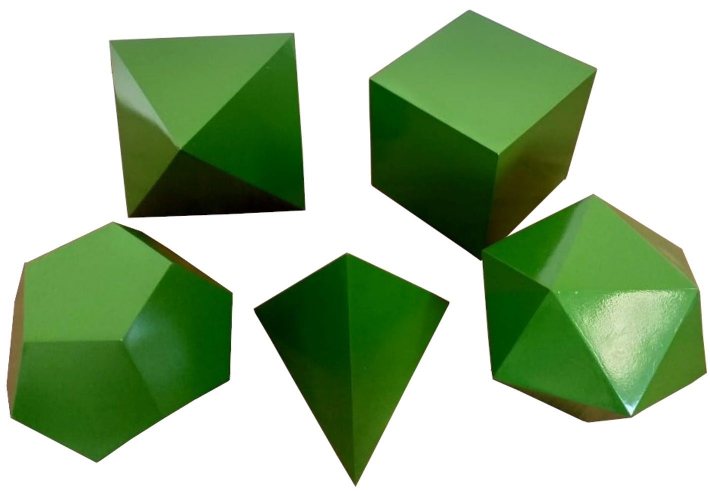
Set 4: Caleidoscopio poliédrico para el Icosaedro

Imagen 8

■ ***Fuente:*** *Autoría propia*

- Este set está conformado de un caleidoscopio poliédrico construido de espejos triangulares equiláteras y de dos pirámides de base triangular fabricadas de PVC.
- Permite observar de una forma virtual cómo se genera el icosaedro con tan solo usar una pirámide de base triangular (tetraedro regular) sin importar su tamaño.

CARACTERÍSTICAS DEL SET 4			
Nombre	**Longitud de la arista**	**Altura (desde la base)**	**Color**
Caleidoscopio poliédrico	*30 cm*	*25 cm*	*negro*
Pirámide 1	*18 cm*	*15 cm*	*naranja*
Pirámide 2	*10 cm*	*8.3 cm*	*azul*



Clase N° 1

Introducción a los cuerpos geométricos

Objetivo:

- Reconocer los elementos que conforman un sólido con la ayuda de material concreto.
- Clasificar los cuerpos geométricos según sus caras planas o curvas.
- Establecer características que conforman los poliedros regulares con uso de material concreto.

Introducción:

Para abordar el contenido de "Poliedros Regulares" previamente se partirá de la clasificación de los cuerpos geométricos, según sus caras planas o curvas utilizando recursos audiovisuales y el material concreto: sólidos de caras curvas, prismas, pirámides, poliedros regulares del Laboratorio de Matemáticas para facilitar la clase. Los estudiantes trabajarán en equipos para obtener la clasificación de los sólidos para posteriormente analizar el grupo de poliedros regulares. Finalmente, se proponen actividades para consolidar lo aprendido.

Para el desarrollo de esta clase se sugiere al docente hacer uso de la estrategia didáctica "**Trabajo en equipo**".

Imagen 1.1.
Fuente: *Autoría propia*

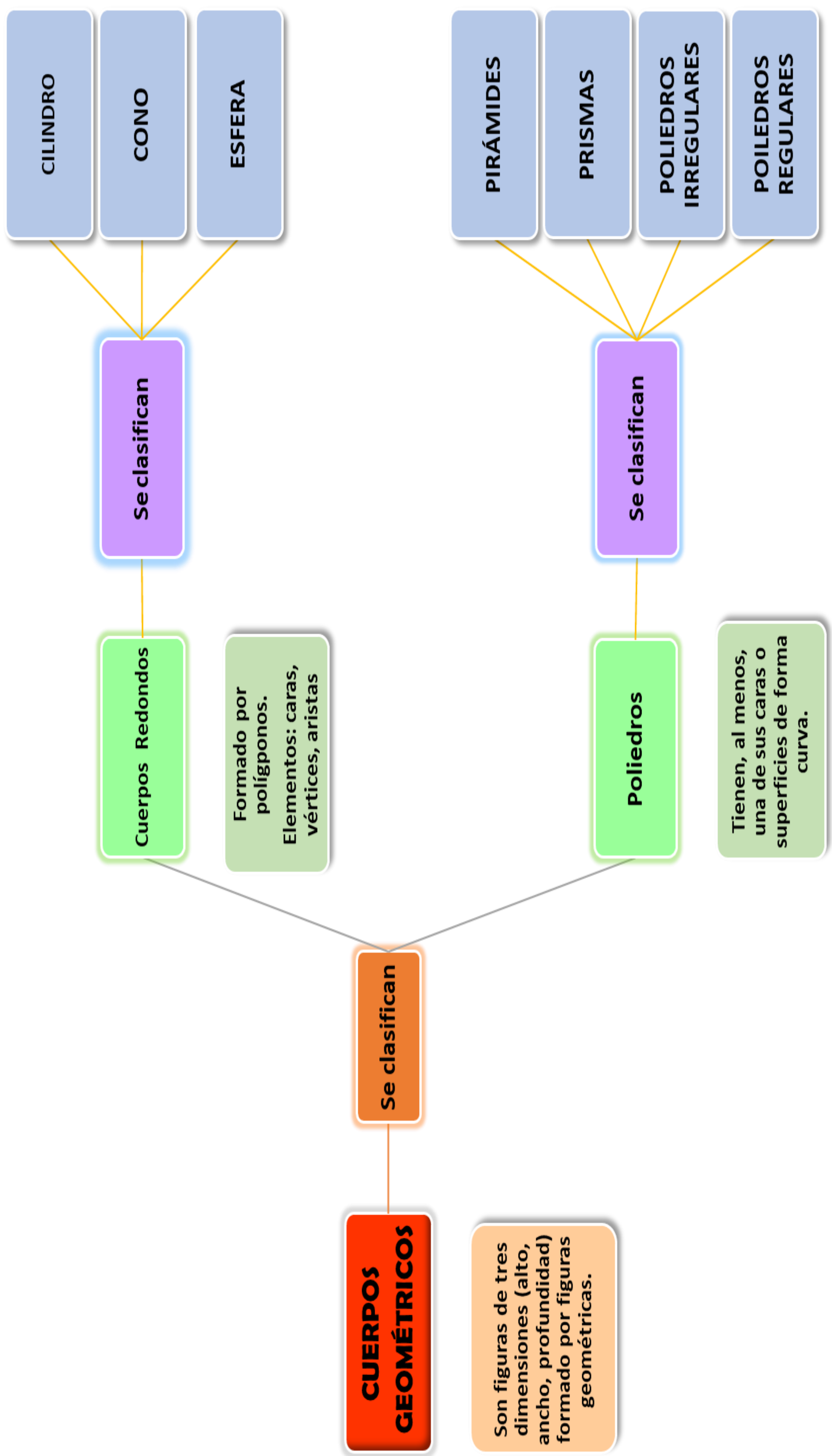


Figura 1.1.
■ ***Fuente:*** *Autoría propia*

Anticipación

Tiempo sugerido: 30 minutos

A **Solicite a los estudiantes formar grupos de cuatro personas (depende del número de estudiantes) y asigne dos sólidos de distinto grupo *(poliedros regulares, prismas, pirámides, sólidos de caras curvas). Haga uso de los materiales del Laboratorio de Matemáticas.***

Cuerpos geométricos

Imagen 1.2.
Fuente: *Autoría propia*

B **Los estudiantes recordarán conceptos y características de los sólidos, para esto contestarán las preguntas propuestas en la Guía del estudiante.**

FICHA ESTUDIANTE—RESUELTO (*Anticipación*)

1 **Conteste las siguientes preguntas:**

- ¿Indique el nombre de los sólidos asignados?

  Va a depender según el sólido que posea el grupo.

- Con sus propias palabras, describa ¿qué es un sólido?

  Son figuras geométricas que tienen tres dimensiones, largo, ancho y profundidad, y reciben el nombre de acuerdo a los polígonos que lo conforman.

- ¿Qué distingue un sólido de otro?

  Los sólidos se distinguen en la forma o número de caras.

- ¿Qué es una cara y cuántas caras tienen los sólidos asignados?

  Una cara es la superficie plana que limita el cuerpo geométrico. (depende del sólido que posea el grupo)

- ¿Qué es una arista y cuántas tiene?

  Una arista es un segmento que divide dos caras.
  Segmento que marca el límite entre dos caras.
  Son los lados de las caras de los poliedros.
  (el número de arista va a depender del sólido que posee el grupo)

- ¿Qué es un vértice y cuántos tienen?

  Es el punto en el que coinciden tres o más aristas de un poliedro.

C **Luego, reúna todos los sólidos, solicite a cada grupo de trabajo que agrupe según las características y semejanzas que tengan en común.**

D **Realice una puesta en común para que los estudiantes comenten por qué realizaron esa clasificación y en la pizarra hará apuntes de los aportes mas sobresalientes.**

Proporcione preguntas como:

- *¿Qué distingue un grupo de sólidos del otro?*
  Se espera que respondan sus caras.
- *¿Cómo se los llama?*
  En conjunto recuerdan cada uno de los nombres del sólido.

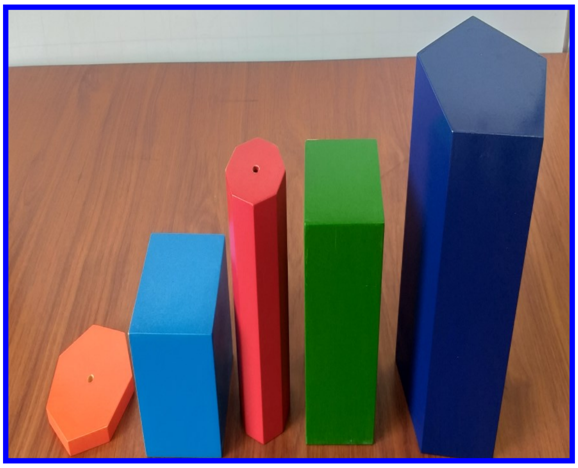
E **De acuerdo a los grupos de sólidos que formaron lo estudiantes, oriente a obtener el nombre de cada grupo:** *sólidos de caras curvas, prismas, pirámides y poliedros regulares.*

FICHA ESTUDIANTE—RESUELTO (*Anticipación*)

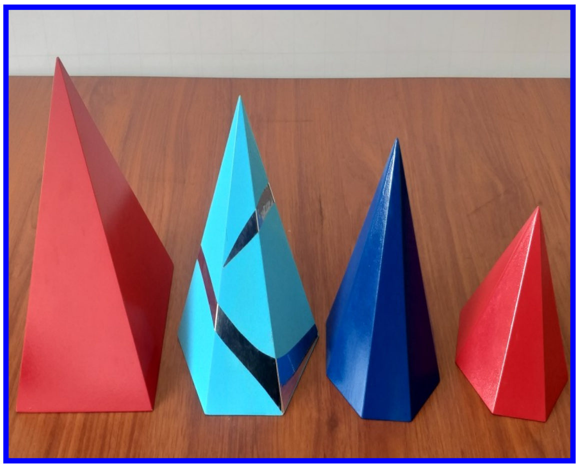
2 **Clasifiquen los sólidos de acuerdo a sus características y semejanzas.** ***(Fotografíe o dibuje)***

Sólidos de caras curvas

Prismas



Pirámides



Poliedros regulares

F **Finalmente, brinde unos minutos para las respectivas correcciones.**

Construcción

Tiempo sugerido: **1 hora**

G **Una vez obtenida la clasificación de los sólidos, se estudiarán únicamente el grupo de poliedros regulares. *(Imagen 1.3.)***
Para esta actividad se formarán cinco grupos de trabajo y cada uno contará con un sólido.

H **En la guía del estudiante se proporcionan preguntas para deducir características y conceptos de los poliedros regulares.**

Poliedros regulares

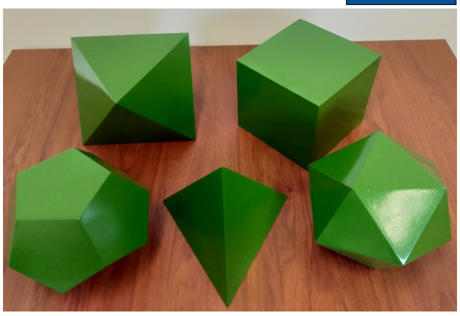


Imagen 1.3.
Fuente: *Autoría propia*

GUÍA ESTUDIANTE—RESUELTO (*Construcción*)

3 **Del grupo de poliedros regulares, responda las siguientes interrogantes:**

- ¿Cuántos poliedros regulares existen?

  Existen cinco poliedros regulares.

- ¿Que características poseen sus caras?

  Todas sus caras son iguales, es decir tienen el mismo polígono y las mismas dimensiones.

- ¿Qué polígonos conforman los distintos poliedros regulares?

  Triángulos equiláteros, cuadrados y pentágonos.

Sabías que...

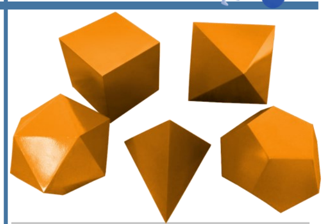


Imagen 1.4. ***Fuente:*** *Autoría propia*

Los poliedros regulares cumplen la Ecuación de Euler: La suma del numero de vértices y caras es igual al número de aristas más dos.

V+C=A+2

Fuente: http://bit.ly/2Vrv5RC

- ¿Qué sucede en cada uno de los vértices de los distintos poliedros regulares?

  En cada vértice de un mismo poliedro concurren el mismo número de caras.

- ¿Qué característica posee las aristas de estos sólidos?

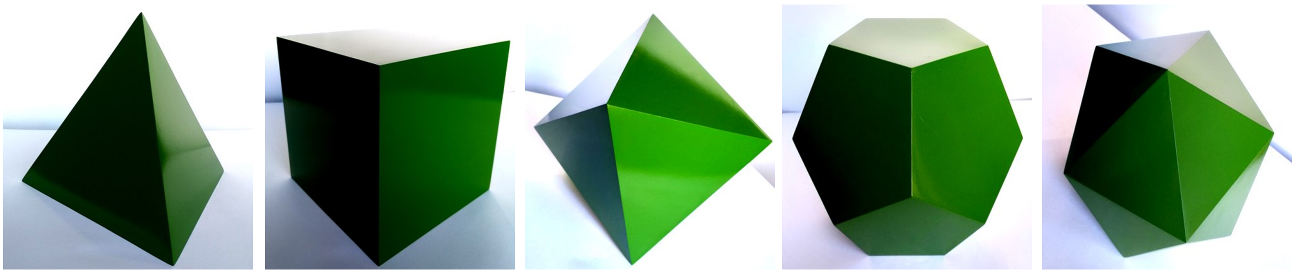
  Todas las aristas son iguales

- Defina: ¿qué es un poliedro regular?

  Un poliedro regular es todo aquel poliedro convexo cuyas caras son polígonos regulares iguales entre sí.

4 **En las siguientes imágenes se presenta cada uno de los poliedros regulares. Nómbralos.**

Imagen 1.5.
Fuente: *Autoría propia*



Tetraedro *Hexaedro* *Octaedro* *Dodecaedro* *Icosaedro*

I **Todos los grupos tendrán la oportunidad de manipular e interactuar con cada uno de los cinco poliedros regulares; asigne un tiempo de 5 minutos para cada sólido lo cuál ayudará para completar una tabla donde se le pide el número de vértices, caras y aristas de dichos sólidos.**

GUÍA ESTUDIANTE—RESUELTO (*Construcción*)

5 **Complete la siguiente tabla:**

POLIEDROS REGULARES				
NOMBRE	**POLÍGONO**	**NÚMERO DE CARAS**	**NÚMERO DE ARISTAS**	**NÚMERO DE VÉRTICES**
Tetraedro	*Triángulo*	*4*	*6*	*4*
Hexaedro	*Cuadrado*	*6*	*12*	*8*
Octaedro	*Triángulo*	*8*	*12*	*6*
Dodecaedro	*Pentágono*	*12*	*30*	*20*
Icosaedro	*Triángulo*	*20*	*30*	*12*

J **Posteriormente, socializan los resultados obtenidos (tabla) y se harán las respectivas correcciones.**

K **Cuestione a los estudiantes, por qué existen solamente cinco poliedros regulares.**
Invite a los estudiantes a analizar el por qué de esta situación y pida la opinión a cada uno de los grupos.

L **Presente el siguiente video en donde se aclara el por qué de los cinco poliedros regulares.**

Link: *http://bit.ly/5PoLiedros*

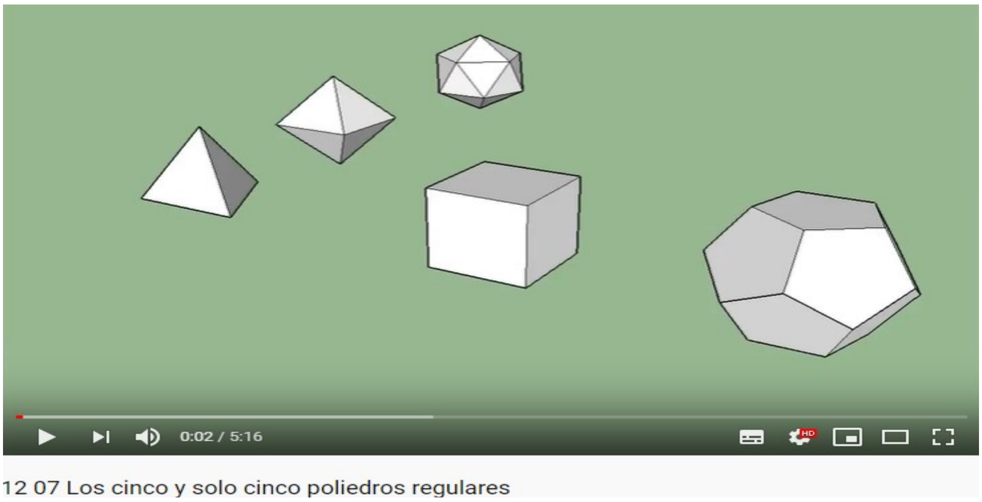


Imagen 1.6.
- ***Fuente:*** *http://bit.ly/5PoLiedros*

Consolidación

Tiempo sugerido: 30 minutos

M **Los estudiantes tendrán la tarea de fotografiar objetos que se encuentra a su alrededor y relacionarlos con los distintos sólidos estudiados.**

6 GUÍA ESTUDIANTE—RESUELTO (*Consolidación*)

Fotografíe objetos de su localidad en donde se refleje los sólidos que se estudiaron en

N **En los poliedros regulares se conoce que se cumple la relación de Euler. En la guía del estudiante, lo van a verificar.**

GUÍA ESTUDIANTE—RESUELTO (*Consolidación*)

7 **Verifique que los poliedros regulares cumpla la relación de Euler.**

V+C=A+2

- **Tetraedro**

$C = 4$ $\qquad 4 + 4 = 6 + 2$

$A = 6$ $\qquad 8 = 8$

$V = 4$

- **Hexaedro**

$C = 6$ $\qquad 8 + 6 = 12 + 2$

$A = 12$ $\qquad 14 = 14$

$V = 8$

- **Octaedro**

$C = 8$ $\qquad 6 + 8 = 12 + 2$

$A = 12$ $\qquad 14 = 14$

$V = 6$

- **Dodecaedro**

$C = 12$ $\qquad 20 + 12 = 30 + 2$

$A = 30$ $\qquad 32 = 32$

$V = 20$

- **Icosaedro**

$C = 20$ $\qquad 12 + 20 = 30 + 2$

$A = 30$ $\qquad 32 = 32$

$V = 12$

O **A partir del video proyectado, en la etapa de construcción acerca de los poliedros regulares, los estudiantes harán una breve descripción del por qué de esta situación.**

GUÍA ESTUDIANTE—RESUELTO (*Consolidación*)

8 **Describa, ¿por qué sólo existe cinco poliedros regulares?**

Únicamente se pueden construir sólidos regulares en los que concurren cierto numero de caras cuya sumatoria de ángulos sea menor a 360°.

En el tetraedro regular concurren en su vértice 3 caras triangulares equiláteras que suman 180°.

En el hexaedro regular concurren en su vértice 3 caras cuadradas que suman 270°

En el octaedro regular concurren en su vértice 4 caras triangulares equiláteras que suman 240°

En el dodecaedro regular concurren en su vértice 3 caras pentagonales regulares que suman 324

En el icosaedro regular concurren en su vértice 5 caras triangulares equiláteras que suman 300°

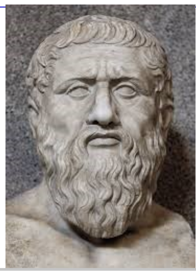


Imagen 1.7. ***Fuente:*** http://bit.ly/2Tk1q19

PLATÓN (siglo IV a.C.)

Fue un filósofo griego quien es considerado la primera persona en descubrir y estudiar los 5 poliedros regulares.

P **Se le recomienda al docente que para la siguiente clase lleve su computador instalado el software GeoGebra o acceder de forma online y utilizar el proyector.**

ACTIVIDAD EN CASA

Q **Finalmente, como actividad en casa, se le pide al estudiante llevar para la siguiente clase dos recortables (prisma y pirámide *figura 1.2.*) y media libra de algún grano seco: arroz, lenteja, soya, etc., de su preferencia, para trabajar en el volumen del tetraedro regular.**

Para acceder a estos recortables se proporciona el siguiente link para la respectiva descarga.

Link: http://bit.ly/pr1_p1ra

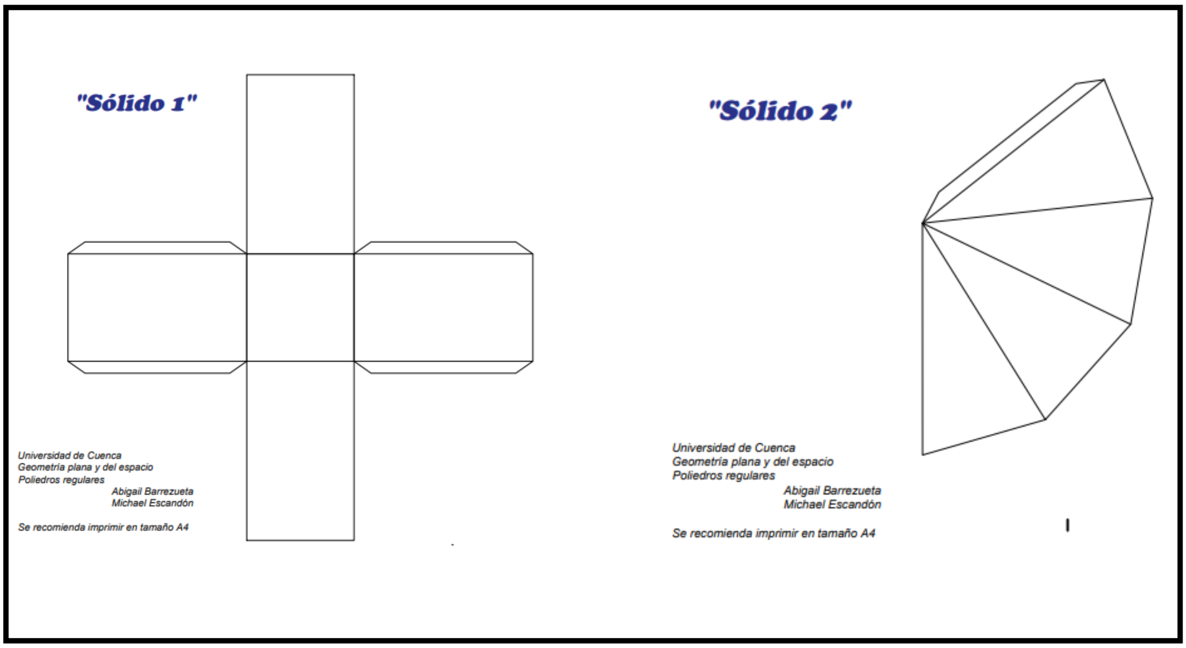


Figura 1.2.
Fuente: *Autoría propia*

Clase N° 2 — Tetraedro Regular

Objetivo:

- Deducir la fórmula del área de tetraedro regular con uso de material didáctico
- Redescubrir la fórmula del volumen del tetraedro mediante la experimentación.
- Calcular el ángulo diedro con el uso de software GeoGebra.

Introducción:

Luego de haber estudiado las características, semejanzas y conceptos de los poliedros regulares de manera general, en esta clase se deducirá el área y volumen del tetraedro regular aplicando conocimientos previos que el estudiante posee.

Se utilizará material didáctico existente en el Laboratorio de Matemáticas: Tetraedro regular de color verde del set 1, plantilla 1 del tetraedro regular y tetraedro regular de color naranja del set 3. También se usará el software geogebra.

Para el desarrollo de esta clase se sugiere al docente hacer uso de la estrategia didáctica "**Lluvia de ideas**".

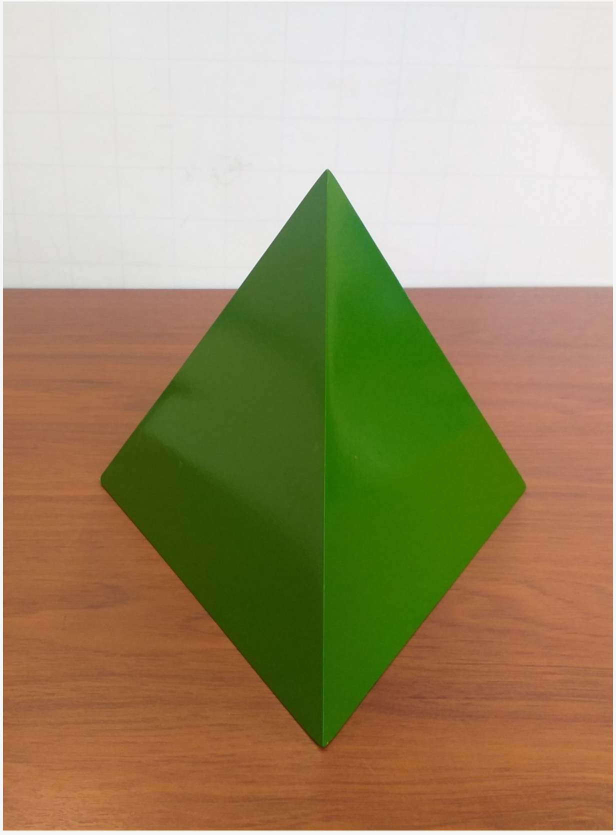


Imagen 2.1.
Fuente: *Autoría propia*

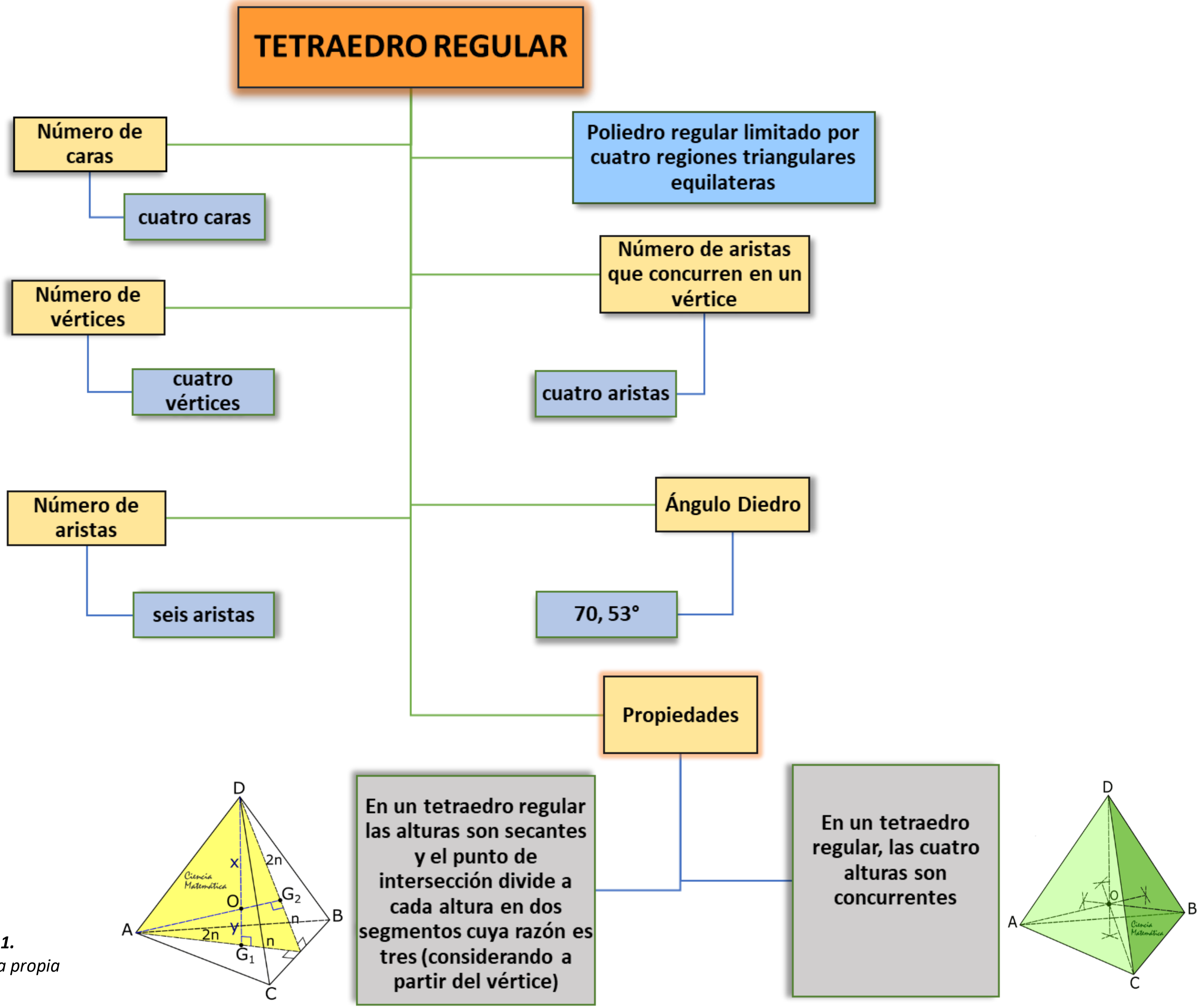


Figura 2.1.
■ ***Fuente:*** *Autoría propia*

Anticipación

Tiempo sugerido: 20 minutos

A **Inicie la clase realizando las siguientes preguntas para activar los conocimientos aprendidos anteriormente e introducir al tema del tetraedro regular.**

- ¿Qué características deben cumplir los sólidos para ser parte del grupo de poliedros regulares?
  Deben ser sus caras todas iguales y sus ángulos.
- ¿Cuántos poliedros regulares existen?
  Existen únicamente cinco poliedros regulares.
- El poliedro regular de menor caras posible es el:
  Tetraedro regular.

B **Luego, presente el material didáctico *Tetraedro regular,* identifiquen las partes de este sólido (aristas, caras, vértices, altura, apotema, base, ángulo diedro) y defínalos, para esto realice una lluvia de ideas.**

Tetraedro regular

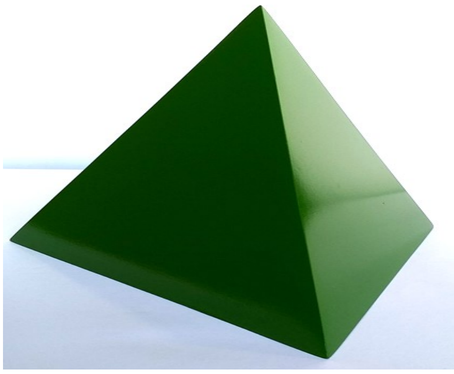


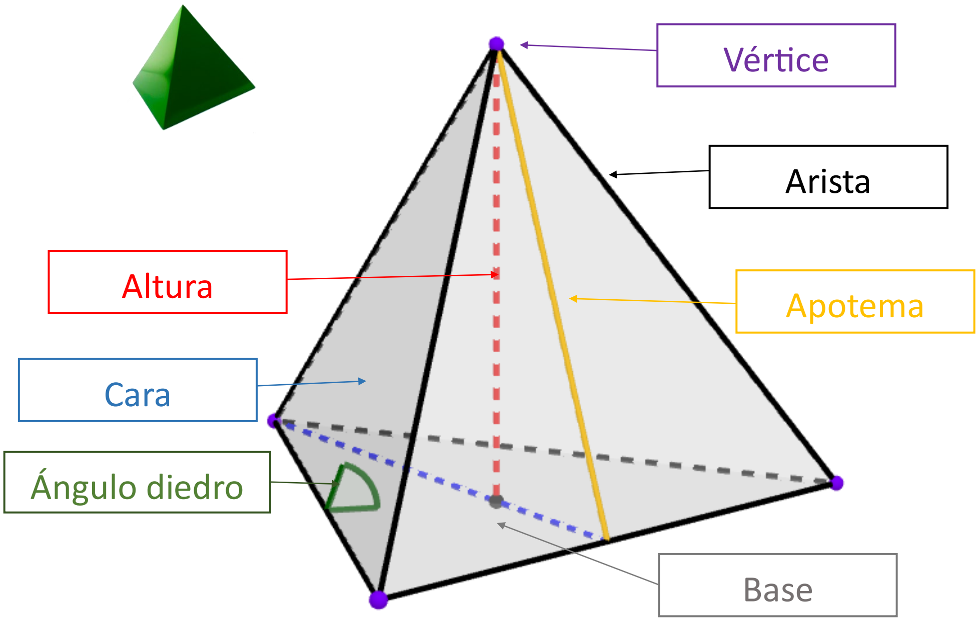
Imagen 2.2.
■ ***Fuente:*** *Autoría propia*

GUÍA ESTUDIANTE—RESUELTO (*Anticipación*)

1 **En la hoja tiene dibujado los vértices de un tetraedro regular, dibújelo tal como lo vería, esto es teniendo en cuenta las aristas que no se ven, luego nombre y defina cada una de las partes que conforma este sólido.**

Etimología de la palabra "tetraedro"
Del griego antiguo
τετράεδρον (tetrahedron),
de τέτρα (tetra: cuatro) y ἕδρα (hedra: asiento, base o cara).

■ ***Fuente:*** http://bit.ly/2T3nuam



- **Vértice:** *punto en el que coinciden tres o más aristas de un poliedro .*
- **Arista:** *es el segmento de recta donde se interseca dos caras.*
- **Apotema**: *es el segmento de recta que une el vértice con el punto medio de un lado de la cara lateral de la pirámide.*
- **Altura**: *es el segmento de recta que una el vértice con el centro de una cara.*
- **Cara:** *son las superficies planas que limitan el cuerpo geométrico.*
- **Base:** *cara donde reposa el cuerpo geométrico.*
- **Angulo diedro:** *ángulo comprendido entre dos caras.*

C **Para definir el ángulo diedro de este sólido, haga uso del software GeoGebra e indique a los estudiantes el valor del ángulo.**

a. En este caso es necesario un computador que tenga instalado GeoGebra con acceso a un proyector para que los estudiantes puedan apreciar la actividad.

b. Ingrese al siguiente link.

Link: http://bit.ly/diedro_T3TR4

c. Se abrirá la siguiente ventana, explique a los estudiantes que para calcular el *ángulo diedro de cualquier poliedro, éste se calcula entre dos caras consecutivas,* en este caso entre las caras de color verde.

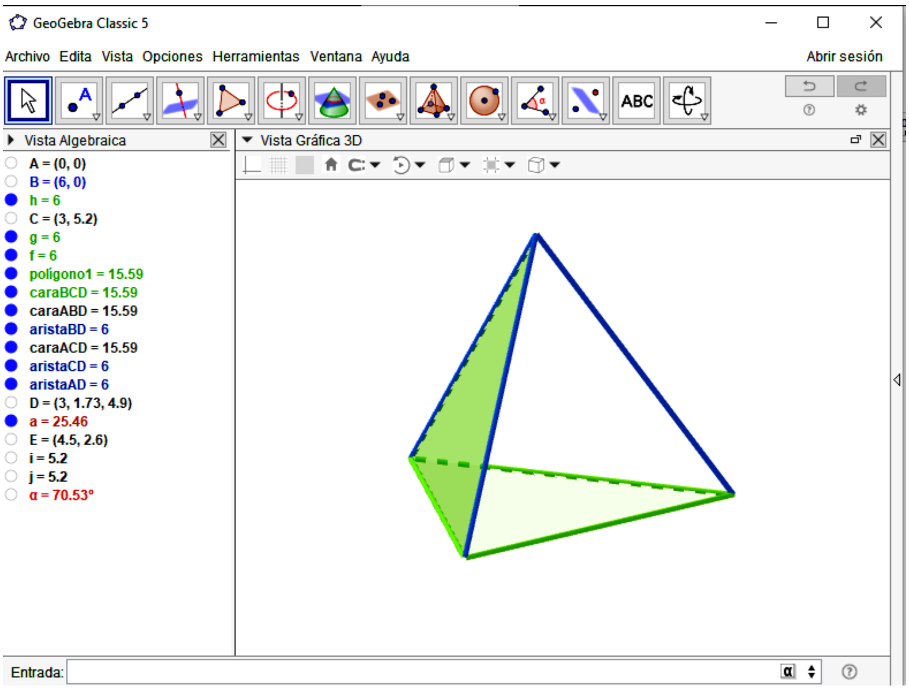


Imagen 2.3.
Fuente: *Autoría propia*

c. **Luego, haca clic en ángulo Alpha *(encerrado de color rojo)*, el cual mostrará el valor del ángulo diedro (α = 70,53°)**

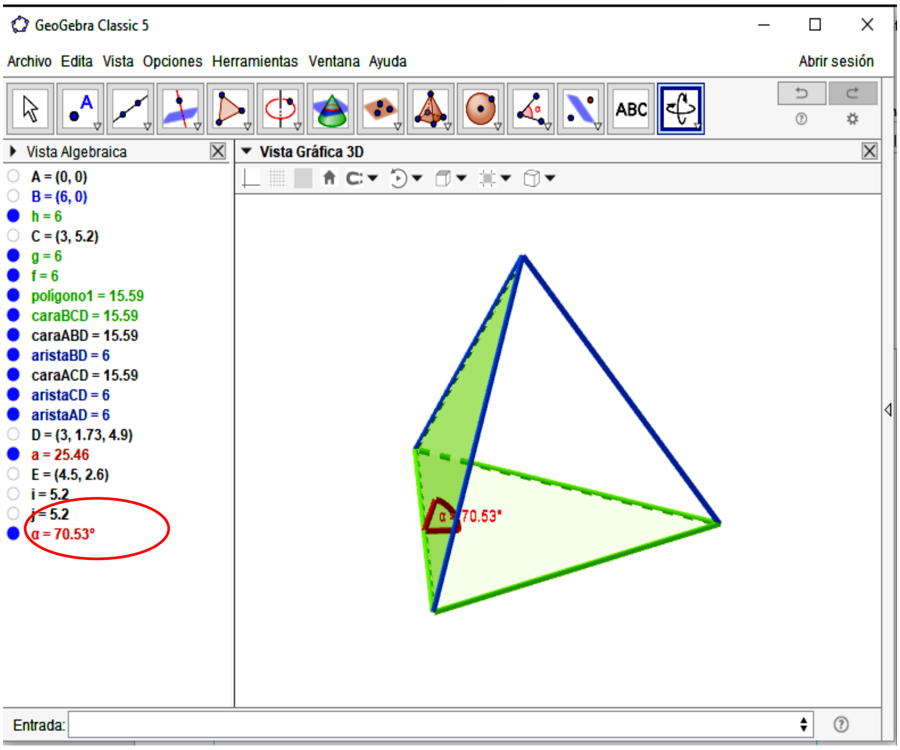


Imagen 2.4.

***Fuente:** Autoría propia*

d. **Haga notar, que todo poliedro regular cumple que todos sus ángulos diedros son iguales.**

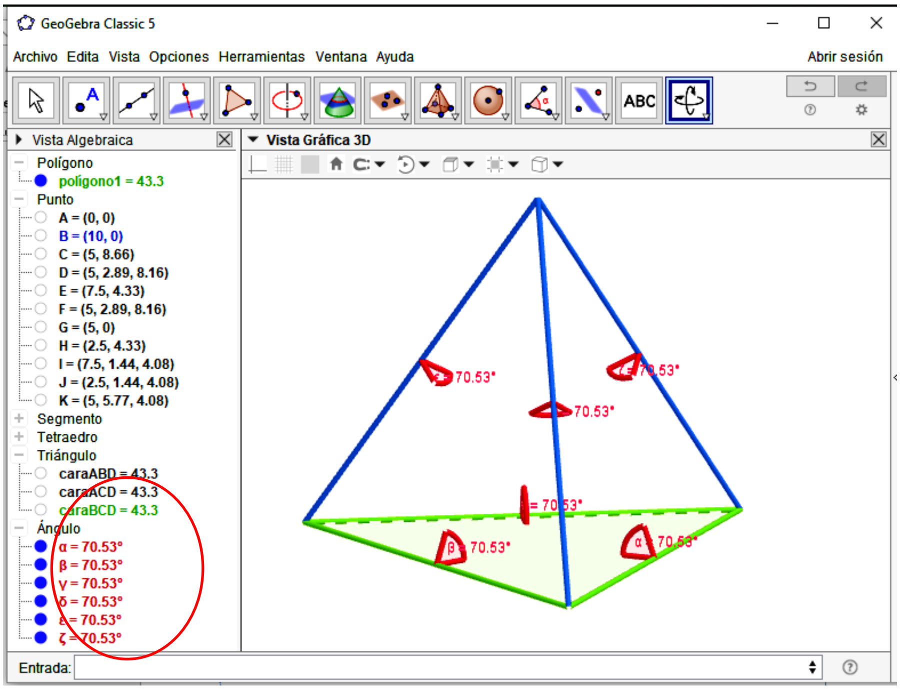


Imagen 2.5.

***Fuente:** Autoría propia*

e. **Indique a los estudiantes que tomen apuntes del valor del ángulo diedro en su guía didáctica.**

Construcción

Tiempo sugerido: 1 h 10

D **Una vez finalizado la actividad anterior, se procede a obtener el área del tetraedro regular, para ello utilice el siguiente material didáctico .**

Plantilla 1: Tetraedro regular

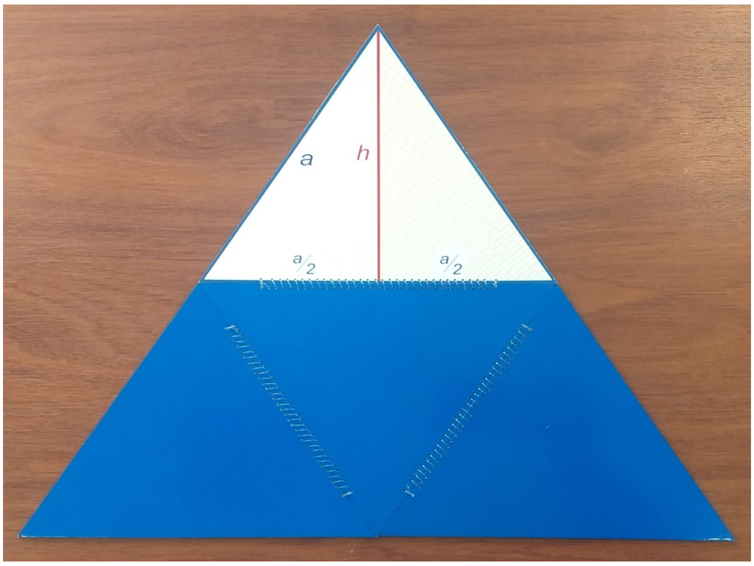


Imagen 2.6.
Fuente: *Autoría propia*

E **Con el uso de este recurso el estudiante podrá dar respuesta a las interrogantes presentadas en su ficha de trabajo la cual le permitirá conjeturar el área del tetraedro regular. Para cada pregunta, es indispensable que el docente guie al estudiante en todo el proceso de la actividad para evitar posible errores.**

GUÍA ESTUDIANTE—RESUELTO (*Construcción*)

Con la ayuda de la plantilla que el docente le presenta y con su guía, proceda a obtener el área del tetraedro regular. En los recuadros en blanco realice una representación de lo solicitado en cada pregunta (fotografíe o dibuje).

2 **Con sus propias palabras defina lo que entiende por área.**

Área es un región o superficie encerrada por una figura geométrica.

3 **¿Qué tipo de polígono conforma el tetraedro regular?**

Triángulo equilátero.

4 **¿Cuántos polígonos son?**

Tiene 4 triángulos equiláteros.

5 **¿Cuál es la longitud de la base del polígono?** ***Hágalo en función de la arista "a"***

Longitud de la base: a

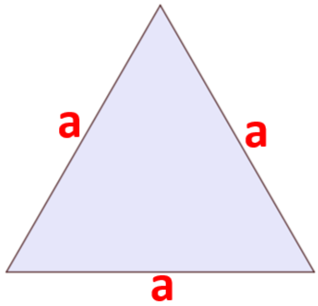


Figura 2.2.
■ ***Fuente:*** *Autoría propia*

6 **¿Cuál es la altura del polígono en función del lado?**
Sugerencia: *haga uso del teorema de la hipotenusa de Pitágoras.*

$$(Cateto\ 1)^2 + (Cateto\ 2)^2 = (Hipotenusa)^2$$

$$\left(\frac{a}{2}\right)^2 + h^2 = a^2$$

$$h^2 = a^2 - \frac{a^2}{4}$$

$$h^2 = \frac{3a^2}{4}$$

$$\boxed{h = \frac{a\sqrt{3}}{2}}$$

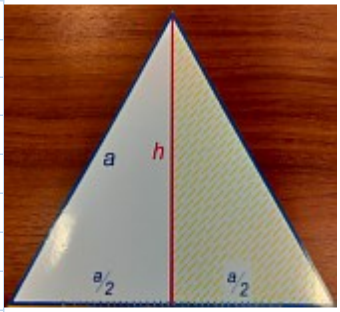


Imagen 2.7.
■ ***Fuente:*** *Autoría propia*

7 **Entonces, el área de dicho triángulo es:**

$$S_\Delta = \frac{base \times altura}{2}$$

$$S_\Delta = \frac{a \times \frac{a\sqrt{3}}{2}}{2}$$

$$\boxed{S_\Delta = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}}$$

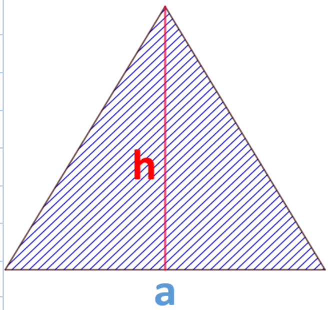


Figura 2.3.
■ ***Fuente:*** *Autoría propia*

8 **Por lo tanto, ¿qué debería hacer para encontrar el área del tetraedro regular?.** ***Describa***
Para hallar el área total del tetraedro se debería multiplicar el área del triángulo por cuatro puesto que todas las caras son iguales.

¿Cuál es su ecuación?

$$s = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \times 4$$

Área:

$$\boxed{s = a^2\sqrt{3}}$$

F **Una vez finalizada la actividad del área, se procede a obtener el volumen, para ello los estudiantes de forma individual, tendrán un máximo de 5 minutos para describir ideas que les permita obtener dicha fórmula, luego socializarán sus apuntes.**

G **Se trabajará con los materiales didácticos que previamente se le solicitó al estudiante como actividad en casa *(Literal Q, página 68).***

PLATÓN asoció al **tetraedro** con el fuego, pues el fuego es el elemento más pequeño, ligero, móvil y agudo.

Figura 2.4.
Fuente: http://bit.ly/2HFOg20

Fuente: http://bit.ly/3bUTvIT

GUÍA ESTUDIANTE—RESUELTO (*Construcción*)

Para completar las siguientes preguntas, utilice los materiales didácticos que se le solicitó la clase anterior.

9 **Con sus propias palabras defina lo que entiende por volumen.**

Es el espacio que ocupa un cuerpo.

10 **Describa como obtendría el volumen del tetraedro regular. *Socialice sus ideas con sus compañeros.***

Se debe calcular el área de la base y multiplicar por la altura.
Se debe encontrar la relación entre el volumen del prisma y la pirámide.

11 **Complete:**

- Nombre sólido 1: *prisma de base cuadrada*
- Nombre sólido2: *pirámide de base cuadrada*
- Longitud del lado (base) sólido 1: *4,5 cm*
- Longitud del lado (base) sólido2: *4,5cm*
- Altura sólido 1: *7,5 cm*
- Altura sólido 2: *7,5cm*

Sólido 1 **Sólido 2**

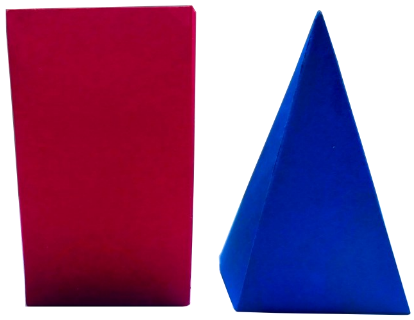


Imagen 2.8.
Fuente: *Autoría propia*

12 **Exprese la pregunta 11 en lenguaje matemático *(Base y altura).***

$$B_{pirámide} = B_{prisma}$$

$$H_{pirámide} = H_{prisma}$$

13 **Llene completamente la pirámide con el grano de su preferencia luego vacíelo en el prisma, repita este procedimiento hasta llenarlo. Luego, responda las siguientes interrogantes:**

- ¿Qué cantidad de grano se necesitó para llenar el prisma?

  Se requiere verter tres veces el contenido de la pirámide para llenar el prisma.

- Por lo tanto, ¿qué representa una pirámide con respecto al volumen del prisma?

  Cada pirámide representa la tercera parte del volumen del prisma.

Imagen 2.9.
Fuente: *Autoría propia*

14 **El volumen de un prisma es:**

$$V = (S_{base} \times H)$$

15 **¿El tetraedro regular es una pirámide?**
Sí

16 **Por lo tanto, la ecuación que representa el volumen de un tetraedro regular es:**

$$V_{Pirámide} = \frac{1}{3} V_{Prisma} \Rightarrow V = \frac{1}{3}(S_{base} \times H)$$

17 **De acuerdo a la ecuación anterior, proceda obtener la expresión mínima de dicha fórmula, la cual será reemplazar las incógnitas presentes (*área de la base y altura*).**

Desarrollo:

$$V = \frac{1}{3}(S_{base} \times H)$$

Sustituyendo la fórmula del área de la base, que anteriormente se dedujo:

$$V = \frac{1}{3}\left(\frac{a^2\sqrt{3}}{4} \times H\right)$$

Luego, se procede a reemplazar la atura (H). ***Para hallar esta incógnita se debe hacer uso del teorema de la hipotenusa de Pitágoras.***

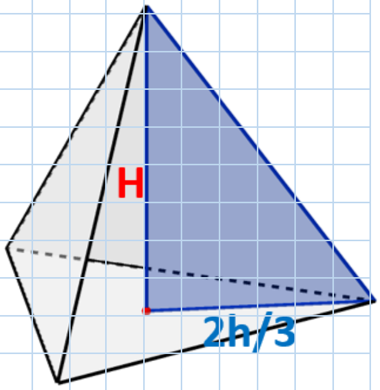
$$(Cateto\ 1)^2 + (Cateto\ 2)^2 = (Hipotenusa)^2$$

$$\left(\frac{2}{3}h\right)^2 + H^2 = a^2 \qquad h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$H^2 = a^2 - \left(\frac{2}{3}\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2$$

$$H^2 = a^2 - \frac{a^2}{3}$$

$$H = a\sqrt{\frac{2}{3}}$$



Racionalizando:

$$\boxed{H = \frac{a\sqrt{6}}{3}}$$

Una vez que conocemos el valor de H, se reemplaza en la ecuación anterior y se obtiene la fórmula del volumen del tetraedro regular que está en función de la longitud de la arista "a"

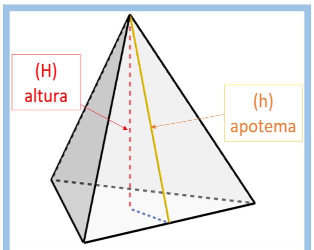
$$V = \frac{1}{3}\left(\frac{a^2\sqrt{3}}{4} \times \frac{a^2\sqrt{6}}{3}\right)$$

$$V = \frac{1}{3}\left(\frac{a^2\sqrt{18}}{12}\right)$$

Volumen:

$$\boxed{V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}}$$

Recuerde



1. **No confunda** altura del tetraedro regular con la altura de la cara triangular (apotema)

2. **La altura del tetraedro regular** se mide desde el vértice cúspide de forma perpendicular hasta el centro de la base

3. **El centro de un triángulo** se le conoce como **baricentro o centroide** y es el punto donde concurren las tres medianas del triángulo. Se encuentra sobre la altura a 2/3 del vértice.

Figura 2.5.
Fuente: *Autoría propia*

Fuente: *http://bit.ly/2L4uq9*

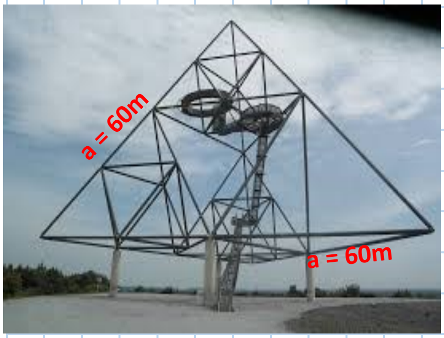
Consolidación

Tiempo sugerido: 30 minutos

H **Para concluir con la clase, los estudiantes resolverán dos problemas contextualizados en la cuál implica calcular el área y volumen del sólido estudiado.**

18 **Resolver los siguientes problemas contextualizados.**

- **El tetraedro en Bottrop u oficialmente Emscherblick (Imagen 2.10.) en alemán es un monumento de 60 m de longitud lateral y será cubierto con una lámina de polietileno mientras se realizan trabajos contra la corrosión. ¿cuántos metros cuadrados de este material se necesitarán para cubrir toda la estructura?**



DATOS:

a = 60m

S = ?

$$S = a^2\sqrt{3}$$

$$S = 60^2\sqrt{3}$$

$$S = 6235{,}383\ m^2$$

Respuesta: *Se necesitará 6235,383 m^2 para cubrir toda la estructura.*

Sabías que……

El tetraedro en Bottrop se encuentra ubicado en Alemania, en la parte superior de la pila de volcado de la mina Beck Road y se ha convertido en todo un símbolo de la ciudad. Fue inaugurado el Día de la Unidad Alemana, el 3 de octubre de 1995.

Imagen 2.10.

▪ ***Fuente:*** *http://bit.ly/2SHyGJz*

- **Luis Alfredo es un artesano que se dispone a construir una docena de amuletos de cuarzo en forma de tetraedro (Imagen 2.11.). Cada amuleto medirá de lado 1,5 cm. ¿Cuál es la cantidad de material que necesitará para cumplir dicho pedido?. *Densidad del cuarzo: 2,65 g/cm3.***

Imagen 2.11.

▪ ***Fuente:*** http://bit.ly/32aReoq

DATOS:

$\mathbf{Cant. de\ amuletos = 12}$

$\mathbf{a = 1{,}5\ cm}$

$\boldsymbol{\rho = 2{,}65\ ^{g}/_{cm^3}}$

$\boldsymbol{m = ?}$

$$V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$$

$$V = \frac{(1{,}5)^3\sqrt{2}}{12}$$

$$V = 0{,}398\ cm^3$$

$$\rho = {}^{m}/_{V}$$

$$m = \rho V$$

$$m = 2{,}65 \times 0{,}398$$

$$m = 1{,}055$$

$$m = 1{,}055 \times 12$$

$$m = 12{,}66\ g$$

Respuesta: *Se necesitará 12,66 g para construir la docena de amuletos.*

ACTIVIDAD EN CASA

I **Se presentan un grupo de ejercicios para que el estudiante resuelva en su guía didáctica. Se facilita su resolución para que pueda comprobar los resultados.**

19 **Resuelva los siguientes ejercicios:**

- **Calcular el área total del tetraedro regular cuya suma de las longitudes de sus aristas es 69 cm.** ***Respuesta:*** *229,064 cm²*

DATOS:

$$Suma\ de\ longitudes\ de\ las\ aristas = 69$$

$$Número\ de\ aristas = 6$$

$$a = \frac{69}{6}$$

$$a = 11{,}5\ cm$$

$$S = a^2\sqrt{3}$$

$$S = 11{,}5^2\sqrt{3}$$

$$S = 229{,}064\ cm^2$$

Área:

$$\boxed{229{,}064\ cm^2}$$

- **En el parque infantil de la parroquia El Valle se desea instalar una estructura metálica de barras (Figura 2.6.) para escalar en forma de tetraedro regular. Su altura será de 2,20 m. Calcule los metros de barras que se necesita para construir dicha estructura. Las barras de soporte internas estarán unidas al centro de cada arista.** ***Respuesta:*** *32,33 m*

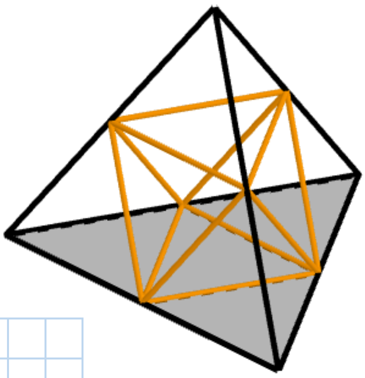
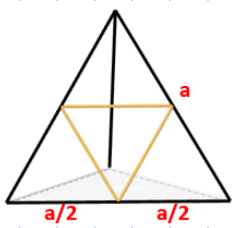


Figura 2.6.
Fuente: Autoría propia



DATOS:

$$H = 2{,}20\ m$$

$$Total\ de\ barras\ extrnas = 6$$

$$Total\ de\ barras\ internas = 12$$

$$H = \frac{a\sqrt{6}}{3} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{3H}{\sqrt{6}}$$

$$a = \frac{3(2{,}20)}{\sqrt{6}}$$

$$a = 2{,}694\, m$$

$$\frac{a}{2} = 1{,}347\, m$$

$Barras\ extrnas$ — $Barras\ internas$

$6 \times 2{,}694 = 16{,}164$ — $12 \times 1{,}347 = 16{,}164$

$$Total\ de\ metros\ de\ barras = 16{,}164 + 16{,}164$$

Metros de barra:

$$\boxed{32{,}33\, m}$$

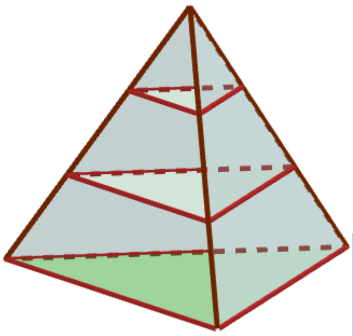
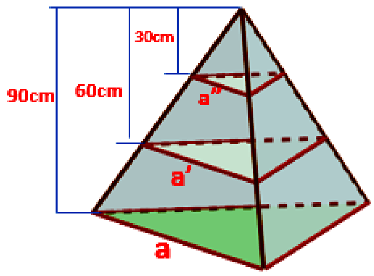


Figura 2.7.
■ ***Fuente:*** Autoría propia

- **Una repisa en forma de tetraedro regular tiene tres niveles (Figura 2.7.), la separación entre niveles es de 30 cm. Calcule el volumen que encierra el segundo nivel.** *Sugerencia: Revisar el Teorema de Thales.* ***Respuesta:*** *40919,7 cm³*

DATOS:



$Separación\ entre\ niveles = 30cm$

$H_{tetraedro} = 90cm$

$$H = \frac{a\sqrt{6}}{3} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{3H}{\sqrt{6}}$$

$$a = \frac{3(90)}{\sqrt{6}} \quad \Rightarrow \quad a = 45\sqrt{6}$$

Por el teorema de Thales:

$$\frac{90}{45\sqrt{6}} = \frac{60}{a'} \qquad \frac{90}{45\sqrt{6}} = \frac{30}{a"}$$

$$a' = 73{,}485\ cm \qquad a" = 36{,}742\ cm$$

$$V' = \frac{a'^3\sqrt{2}}{12}$$

$$V'' = \frac{a''^3\sqrt{2}}{12}$$

$$V' = \frac{73{,}485^3\sqrt{2}}{12}$$

$$V'' = \frac{36{,}742^3\sqrt{2}}{12}$$

$$V' = 46765{,}37\ cm^3$$

$$V'' = 5845{,}67\ cm^3$$

$$V_{segundo\ nivel} = V' - V''$$

$$V_{segundo\ nivel} = 46765{,}37 - 5845{,}67$$

Volumen:

$$\boxed{40919{,}70\ cm^3}$$

- **Calcule el área de la región coloreada sabiendo que el tetraedro (Figura 2.8.) tiene una altura de 50 cm. Los vértices de la figura de color verde están unidos a los puntos medios de las aristas.** ***Respuesta:*** *811,89 cm^2*

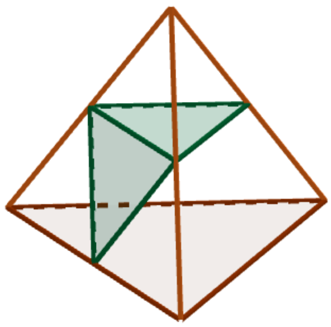
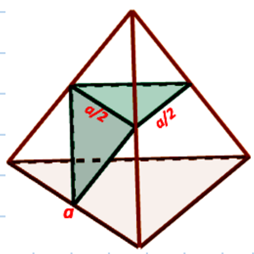


Figura 2.8.
Fuente: Autoría propia

DATOS:

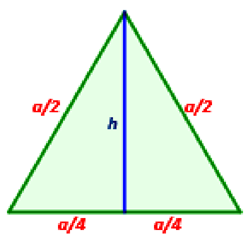
$$H = 50\ cm$$



$$H = \frac{a\sqrt{6}}{3} \longrightarrow a = \frac{3H}{\sqrt{6}}$$

$$a = \frac{3(50)}{\sqrt{6}}$$

$$a = 61{,}24\ cm$$



$$\frac{a}{2} = 30{,}62\ cm$$

$$\frac{a}{4} = 15{,}31\ cm$$

Por el teorema de la hipotenusa de Pitágoras:

$$h = \sqrt{30{,}62^2 - 15{,}31^2}$$

$$h = 26{,}52\ cm$$

$$S = \frac{b \times h}{2}$$

$$S = \frac{30{,}62 \times 26{,}52}{2}$$

$$S = \ 405{,}95\ cm^2$$

Área de la región coloreada:

$$S = 405{,}95 \times 2$$

$$S = 811{,}89\ cm^2$$

Área:

$$\boxed{811{,}89\ cm^2}$$

ACTIVIDAD EN CASA

H **Finalmente, se le pide al estudiante en forma grupal (6 estudiantes) impriman la plantilla del hexaedro regular y construir 96 cuadrados (16 cuadrados cada uno) de 1,5cm y la plantilla de tetraedro regular. Lo cual serán utilizados en la siguiente clase para calcular el área del hexaedro regular.**

Link: http://bit.ly/HeX4eDRO

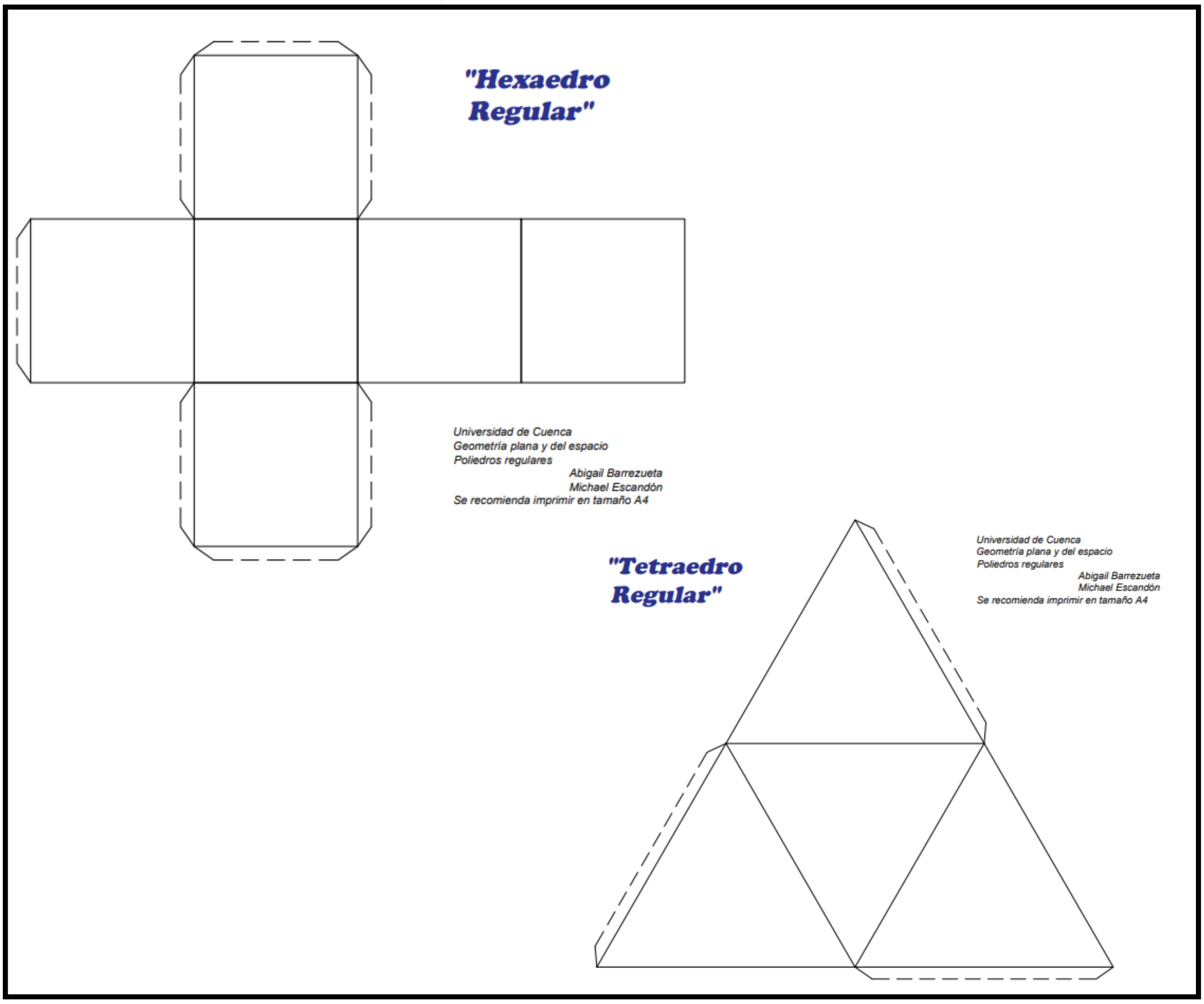


Figura 2.9.

■ ***Fuente:*** Autoría propia

Observaciones:

- Se requieren dos plantillas del tetraedro regular.
- La plantilla del hexaedro regular y los cuadrados de 1.5 cm, serán trabajadas en grupo de seis personas, de modo que reparta de forma equitativa lo que se solicita.
- Las plantillas y los cuadrados constrúyalos en cartulina.
- Solicite a cada grupo un graduador para medir el ángulo diedro y al menos un cubo de Rubik para la resolución de ejercicios.

Clase N° 3

Hexaedro Regular

Objetivo:

- Redescubrir las formulas de área y volumen del hexaedro regular.
- Aplicar dichas fórmulas en la resolución de ejercicios contextualizados.
- Conocer el ángulo diedro del sólido con el uso de material didáctico.

Introducción:

Esta clase está centrada en obtener las ecuaciones correspondientes al área y volumen del hexaedro regular mediante la experimentación y con el uso de material didáctico del Laboratorio de Matemáticas.

Se utilizará los siguientes materiales: Hexaedro de color verde del set 1, plantilla 2 del set 2 y hexaedro de color naranja del set 3. Los estudiantes trabajaran con el material solicitado la clase anterior plantilla del hexaedro regular y los cuadraditos.

Para el desarrollo de esta clase se sugiere al docente hacer uso de la estrategia didáctica "**Aprendizaje por descubrimiento**"

Imagen 3.1.
Fuente: *Autoría propia*

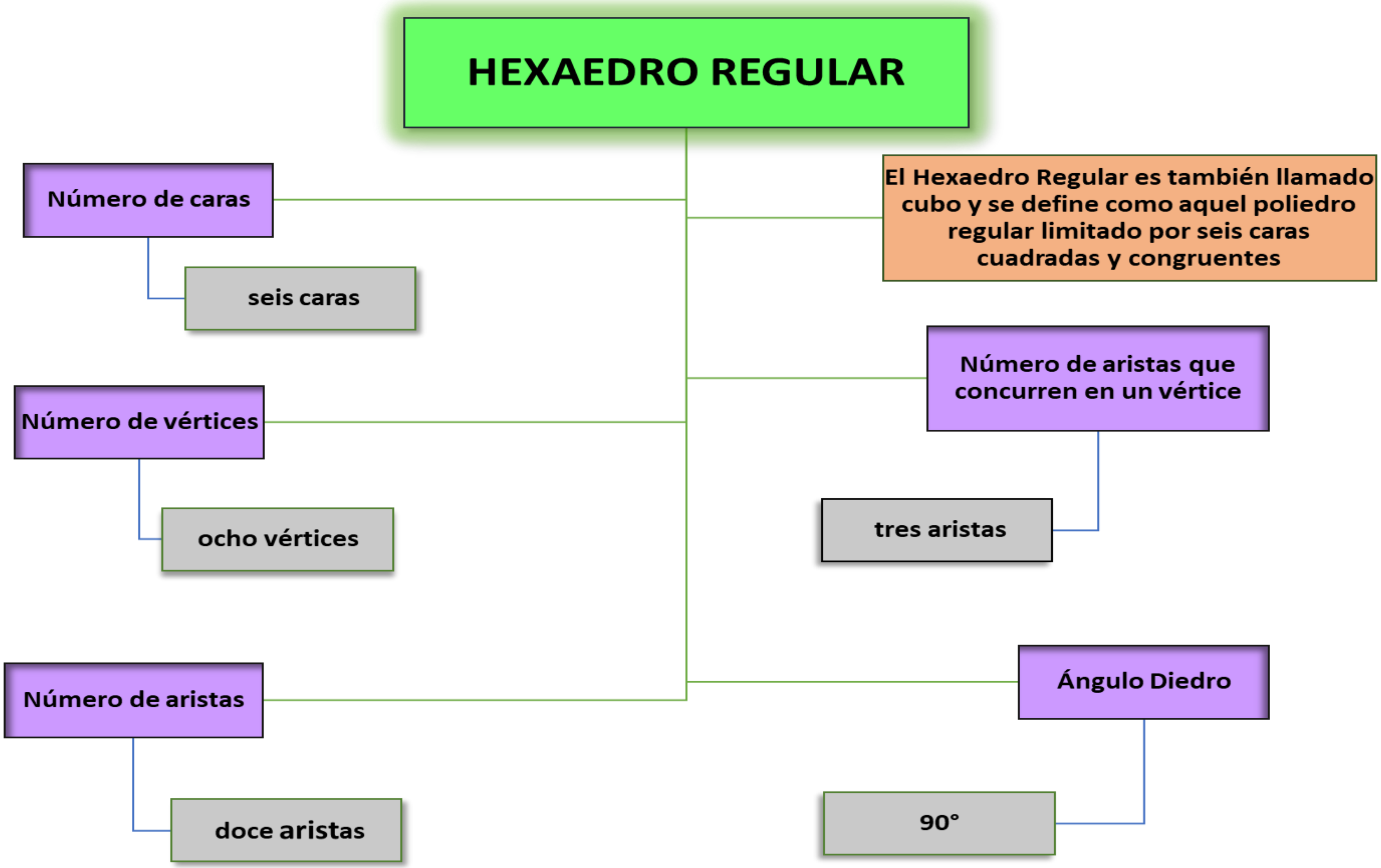


Figura 3.1.
Fuente: *Autoría propia*

Anticipación

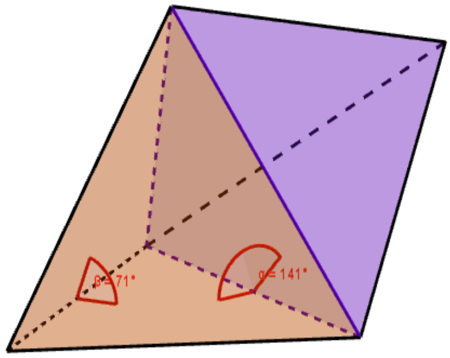


Figura 3.2.
■ ***Fuente:*** *Autoría propia*

Tiempo sugerido: **25 minutos**

A **Los estudiantes deben tener a su alcance los dos tetraedros que solicitó como tarea en casa.**

B **Pida a los estudiantes, que unan los dos tetraedros, luego sugiera que obtengan características del sólido que se formó. Esto lo harán en su guía de trabajo.**

GUÍA ESTUDIANTE—RESUELTO (*Anticipación*)

1 **Con los dos tetraedros regulares que se le solicitó, realice las siguientes indicaciones:**

a) Una los dos tetraedros de modo que compartan una cara.

b) Describa que características posee el nuevo sólido.

Características :

- *Es un sólido de seis caras.*
- *Sus caras son iguales, de forma triangular.*
- *Tiene 9 aristas.*
- *Tiene 5 vértices.*
- *Sus ángulos diedros no son iguales.*

C **Realice la siguiente pregunta: ¿el sólido obtenido es regular? ¿Por qué?**

No es un poliedro regular, pues a pesar de que tiene sus seis caras y aristas iguales, sus ángulos diedros son diferentes

D **Con la actividad anterior, los estudiantes deben concluir que al formar un sólido con la unión de dos poliedros regulares se obtiene otro poliedro que no es regular.**

E **Luego, obtengan características que debe cumplir un hexaedro para que sea regular (utilice el material concreto)**

Hexaedro Regular

Imagen 3.2.
■ ***Fuente:*** *Autoría propia*

Características :

- *Es un sólido de seis caras.*
- *Sus caras son iguales, de forma cuadrada.*
- *Tiene 12 aristas.*
- *Tiene 8 vértices.*

Construcción

Tiempo sugerido: 1h 20

F **Al finalizar la siguiente actividad los estudiantes van a descubrir que lo que realizaron fue el área del hexaedro, por lo tanto no mencione al inicio de la clase.**

G **Para deducir el área del hexaedro regular, se trabajará con el material didáctico *Plantilla 2: Hexaedro regular* y los estudiantes de forma grupal (6 estudiantes) harán uso de la *plantilla del hexaedro regular (elaborado en casa)* y de los 96 *cuadrados de 1,5 cm* que se envió como tarea en casa.**

H **Los estudiantes en su ficha de trabajo, cuentan con algunas preguntas que le van ayudar a deducir el área del hexaedro regular. *Asegúrese que todos lleguen a la respuesta correcta.***

Plantilla 2: Hexaedro regular

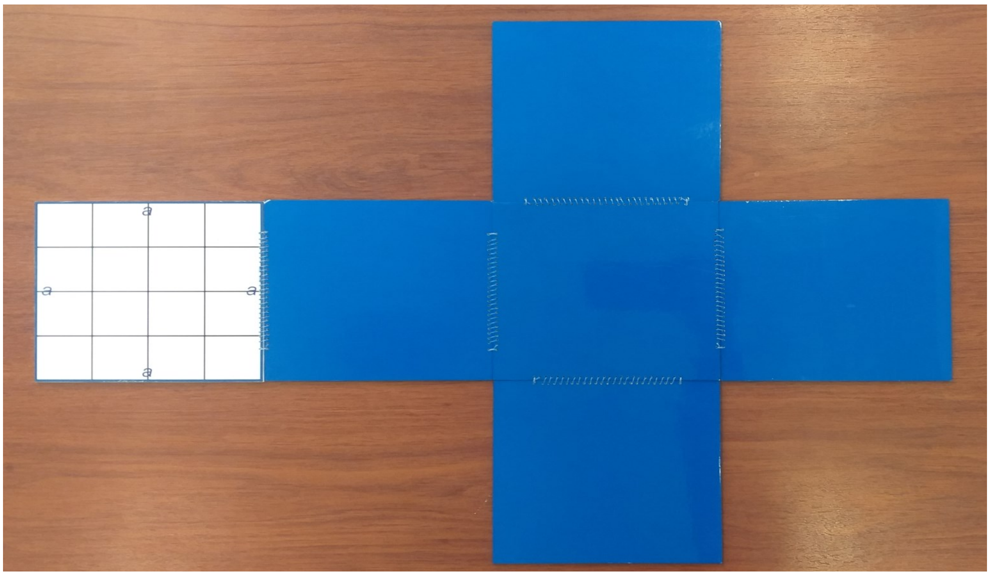


Imagen 3.3.
***Fuente:** Autoría propia*

PROCESO:

a. En una de los caras de la plantilla, van a rellenar completamente con los “cuadraditos” *(el docente pintará los cuadrados que presenta la plantilla, en cambio los estudiantes pegarán los cuadraditos en toda la cara escogida de la plantilla).* Para esto se recomienda que se trabaje cada cuadradito como una unidad de área.

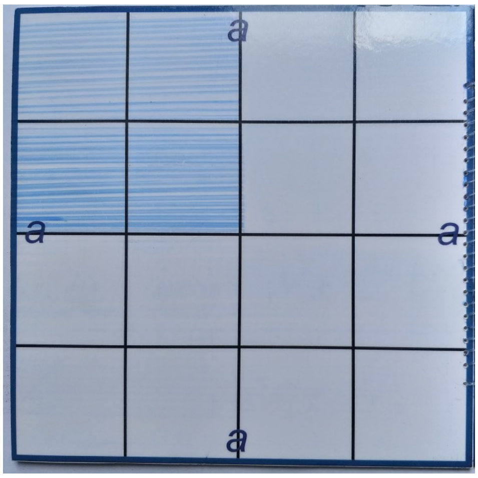


Imagen 3.4.
■ ***Fuente:*** *Autoría propia*

b. Cubrir por completo la cara y contar cuántos cuadraditos se necesitó.

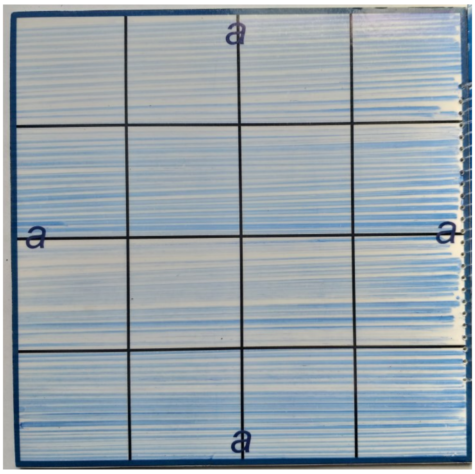


Imagen 3.5.
■ ***Fuente:*** *Autoría propia*

c. Luego de contestar las preguntas que están en la guía del estudiante y encontrar la formula del área, solicite a los estudiantes que comprueben si el resultado obtenido es el correcto, para ello deben pegar los 96 cuadrados en toda la plantilla.

GUÍA ESTUDIANTE—RESUELTO (*Construcción*)

2 **Trabaje con la plantilla del hexaedro regular y los cuadrados de 1,5cm** ***Siga las orientaciones del docente.***

a. Característica principal de un cuadrado:

Todos los lados son iguales

b. ¿Cuántos cuadrados de unidad contiene cada lado (arista) del cuadrado?

Contiene 4 cuadraditos

c. ¿Cuántos cuadrados de unidad necesitó para cubrir un cuadrado?

Se requirió 16 cuadraditos.

d. Escriba en forma de potencia el resultado obtenido anteriormente.

$$\boxed{4}^{\boxed{2}} = \boxed{16}$$

e. Cubrir completamente el cuadrado, representa: *el área*

f. Exprese en lenguaje matemático la ecuación anterior (*Literal d)*)

$$\boxed{a}^{\boxed{2}} = \boxed{S}$$

g. Por lo tanto, para hallar el área total del hexaedro regular se debe:

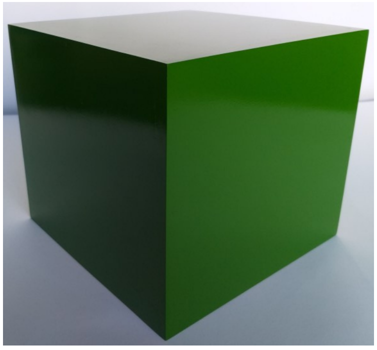


Imagen 3.6.
Fuente: *Autoría propia*

Se debe multiplicar el área de un cuadrado por seis, puesto que el hexaedro regular contiene seis cuadrados iguales.

Área total del hexaedro regular:

$$\boxed{S = 6a^2}$$

I **Luego de redescubrir el área del hexaedro regular, se procede a deducir la fórmula del volumen, necesitará el siguiente material didáctico del *Set 3.***

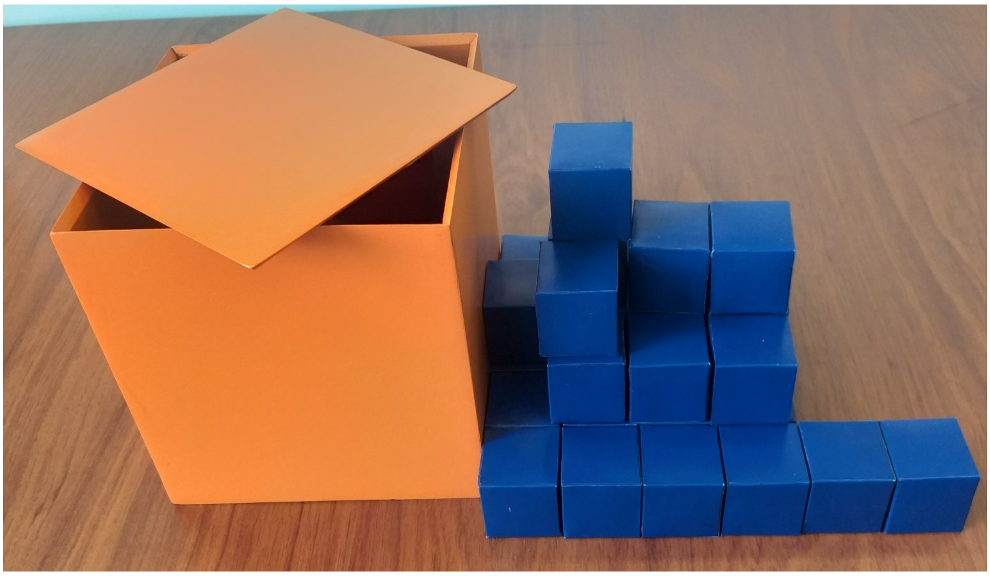


Imagen 3.7.
Fuente: *Autoría propia*

* **El material didáctico tiene como medidas:**
  Altura: 15 cm
  Ancho: 15 cm
  Profundidad: 15cm

* **Los cubitos son de 3,4 cm de arista, pero se lo trabajará como unidades cúbicas.**

J **La actividad se desarrollará con todos los estudiantes. Solicite su atención y luego en su guía responderán las interrogantes establecidas.**

Proceso:

a. Llene completamente la base con los cubitos y pida a los estudiantes que cuenten con cuántos se logró cubrir.

Imagen 3.8.
■ ***Fuente:*** *Autoría propia*

b. Prosiga llenando el hexaedro con los cubitos de modo que cubra totalmente la altura, *haga notar a los estudiantes cuántos cubitos se requirió para este proceso.*

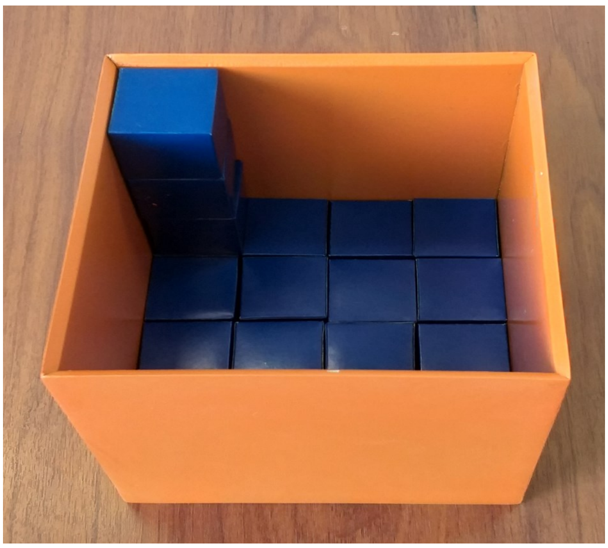


Imagen 3.9.
■ ***Fuente:*** *Autoría propia*

c. Finalmente llene por completo el hexaedro regular.

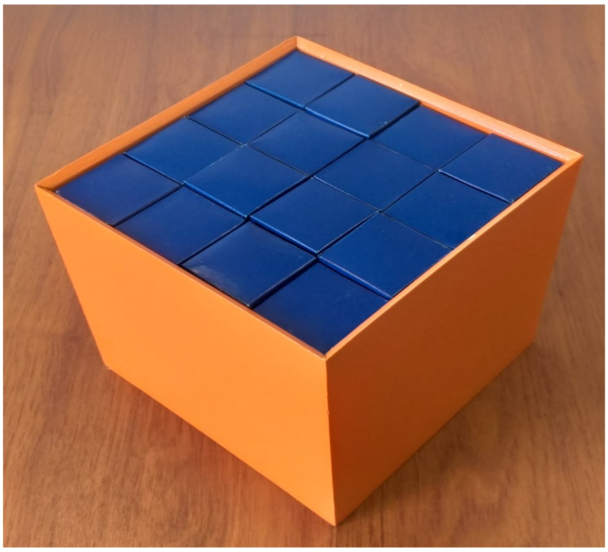


Imagen 3.10.
■ ***Fuente:*** *Autoría propia*

GUÍA ESTUDIANTE—RESUELTO (*Construcción*)

3 **A continuación, su docente realizará una actividad haciendo uso de material didáctico (*Imagen 3.11.*), por lo que deberá estar muy atento a lo que realice. Luego de haber observado, completará las siguientes preguntas:**

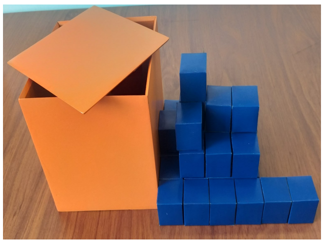


Imagen 3.11.
■ ***Fuente:*** *Autoría propia*

- **¿Con cuantos cubitos se llenó la base del hexaedro y qué representa?**

  Con 16 cubitos y representa el área de la base.

- **¿Cuántas capas de cubitos se requiere para llenar totalmente el hexaedro y en conjunto qué representan?**

  4 capas y representan la altura.

- **¿Cuántos cubitos se requirió para se llenar totalmente el hexaedro regular? ¿Qué representa dicha cantidad?**

  64 cubitos y representa el volumen.

- **Con la ayuda de las interrogantes anteriores, llegue a una expresión matemática relacionando área de la base, altura y volumen.**

$$16 \times 4 = 64$$
$$Área_{base} \times altura = Volumen$$

- **Exprese en forma de potencia el resultado anterior.**

$$\boxed{4}^{\boxed{3}} = \boxed{64}$$

Etimología de la palabra "hexaedro"

La palabra hexaedro procede del griego «εξαεδρον» (hexaedron); formado por «εξα» (hexa) o «εξ» (hex) seis y «εδρα»(edra) que quiere decir cara.

■ ***Fuente:*** https://definiciona.com/hexaedro/

- **Escriba en lenguaje matemático la expresión anterior**

$$\boxed{a}^{\boxed{3}} = \boxed{V}$$

K **Finalmente, calcule el ángulo diedro de este sólido, solicite a los estudiantes hacer el siguiente proceso.**

4 **Calcule el ángulo diedro del hexaedro regular.**

Proceso:

a. Pida a los estudiantes que peguen la plantilla del hexaedro regular, sin unir una cara.

b. Utilice un graduador.

c. Coloque el graduador sobre la cara abierta del hexaedro, haciendo coincidir el punto de referencia con uno de los vértices.

d. Asegúrese que el cero del graduador coincida con una arista, y mida el valor del ángulo. *(Ángulo diedro = 90°)*

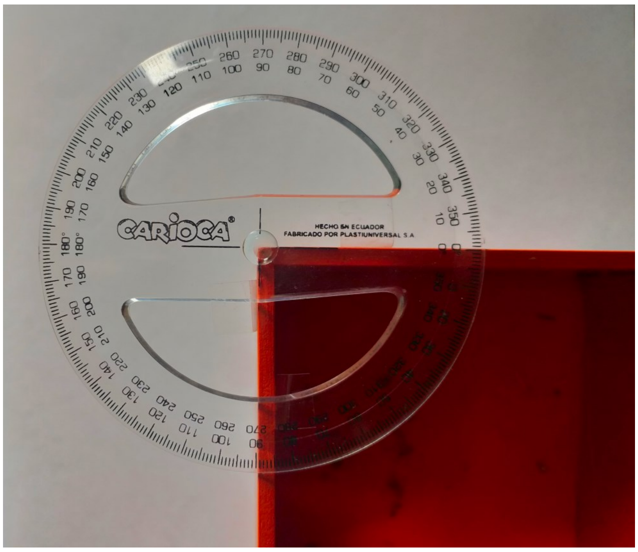


Imagen 3.12.

Fuente: *Autoría propia*

PLATÓN asoció al **Hexaedro** con la tierra, pues es el poliedro más sólido de los cinco.

Fuente: http://bit.ly/3bUTvT

Figura 3.3.

Fuente: https://images.app.goo.gl/7BcFl1KTzdMmDGUFC6

Consolidación

Tiempo sugerido: 15 minutos

L **Para concluir con la clase, lo estudiantes resolverán un problema contextualizado en la cuál implica área y volumen del sólido estudiado, para esto solicite que tengan a la mano el cubo de Rubik que se les pidió en la clase anterior y que completen según las características de cada cubo.**

4 **Resolver el siguiente problema:**

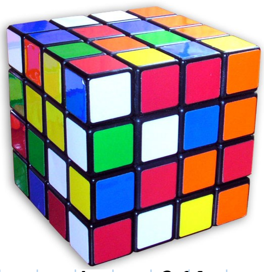


Imagen 3.14.
Fuente: *http://bit.ly/2BeCmj*

- Encuentre el área y volumen del cubo de Rubik.

Complete:

- Numero de unidades por lado: *4*
- Longitud de cada pieza: *1,8 cm*

a) Usando cada pieza del cubo como una unidad.

DATOS:

a = *4* unidades

S= ?

V= ?

$$S = 6a^2 \qquad V = a^3$$

$$S = 6(4)^2 \qquad V = (4)^3$$

$$S = 96\ u^2 \qquad V = 64\ u^3$$

Respuesta: *considerando que cada pieza del cubo de Rubik mide 1 unidad, tiene 96 u² de área y un volumen de*

b) Sabiendo que cada pieza del cubo mide *1,8 cm* de lado

DATOS:

a = 1,8 x 4 = 7,2 cm

S= ?

V= ?

$$S = 6a^2 \qquad V = a^3$$

$$S = 6(7{,}2)^2 \qquad V = (7{,}2)^3$$

$$S = 311{,}04\ cm^2 \qquad V = 373{,}248 cm^3$$

Respuesta: *considerando que cada pieza del cubo de Rubik mide 1,8 cm, tiene 311, 04 cm² de área y un volumen de 373,248 cm³ .*

Sabías que……

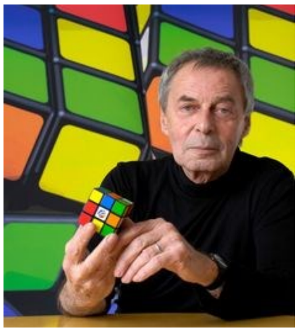


Imagen 3.13.
Fuente: https://pin.it/7rkueypkgzkyjs

El arquitecto y escultor húngaro Ernő Rubik diseñó un cubo para enseñar a sus alumnos conceptos de geometría. Su invención se convertiría en el juguete más vendido de la historia. Conocido como "**Cubo de Rubik**"

Fuente: *http://bit.ly/38L6R8y*

ACTIVIDAD EN CASA

K **Se presentan un grupo de ejercicios para que el estudiante resuelva en su guía didáctica. Se facilitan las respuestas para que pueda comprobar los resultados.**

5 **Resuelva los siguientes ejercicios en su cuaderno de trabajo.**

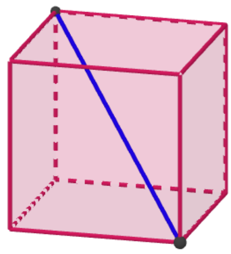


Figura 3.4.
Fuente: *Autoría propia*

- **La diagonal principal de un cubo mide 53,71 cm. ¿Cuál es la longitud de su arista?** ***Respuesta:*** *31 cm*

DATOS:

$$D = 53{,}71\ cm$$

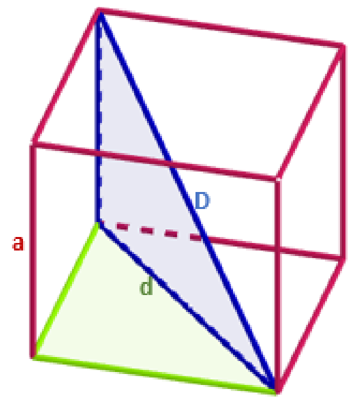
Por el teorema de la hipotenusa de Pitágoras:

$$(Cateto\ 1)^2 + (Cateto\ 2)^2 = (Hipotenusa)^2$$

$$(a)^2 + (a)^2 = (d)^2$$

$$d = \sqrt{2a^2}$$

$$d = 2\sqrt{a^2}$$



$$D = \sqrt{\left(2\sqrt{a}\right)^2 + (a)^2}$$

$$D = \sqrt{2a^2 + a^2}$$

$$D = \sqrt{3a^2}$$

$$D = a\sqrt{3} \Rightarrow a = \frac{D}{\sqrt{3}}$$

$$a = \frac{53{,}71}{\sqrt{3}}$$

$$a = 31\ cm$$

Arista:

$$\boxed{31\ cm}$$

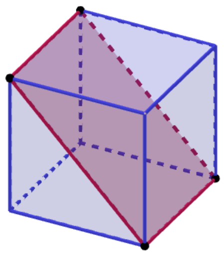


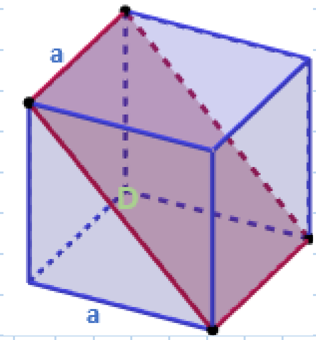
Figura 3.5.
■ **Fuente:** *Autoría propia*

- **¿Cuál es el área de la región de plano limitada por las diagonales de dos caras y dos aristas opuestas del cubo, cuya longitud de arista es de 23 cm?** ***Respuesta:*** *748,12 cm²*

DATOS:

$$a = 23cm$$

Por el teorema de la hipotenusa de Pitágoras:



$$(Cateto\ 1)^2 + (Cateto\ 2)^2 = (Hipotenusa)^2$$

$$(23)^2 + (23)^2 = (D)^2$$

$$D = \sqrt{(23)^2 + (23)^2}$$

$$D = 32{,}53cm$$

Área de la región:

$$S = base\ \times altura$$

$$S = 32{,}53\ \times 23$$

$$S = 748{,}12\ cm^2$$

Área:

$$\boxed{748{,}12\ cm^2}$$

- **El Monumento a la constitución de 1978 de Madrid (Imagen 3.15.) tiene una altura aproximada de 4 m. Se observa un hexaedro interno cuyo vértice se encuentra a 1,8 m desde el vértice externo. ¿Cuál es su volumen del hexaedro interno si tuviera sus caras cerradas?** ***Respuesta:*** *7,09 m³*

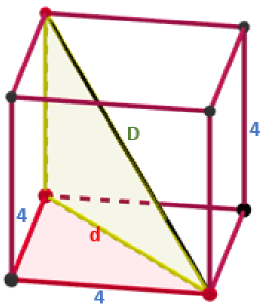
Imagen 3.15: Monumento a la Constitución 1978, Madrid.
■ ***Fuente:*** http://bit.ly/2PVPR3

DATOS:

$$\mathrm{H} = 4\ m$$

$$\mathrm{a} = 4\ m$$

Por el teorema de la hipotenusa de Pitágoras:



$$(Cateto\ 1)^2 + (Cateto\ 2)^2 = (Hipotenusa)^2$$

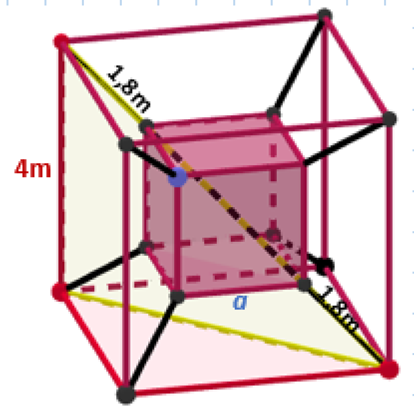
$$(4)^2 + (4)^2 = (d)^2$$

$$d = \sqrt{32}\, m$$

$$\left(\sqrt{32}\right)^2 + (4)^2 = (\mathrm{D})^2$$

$$D = \sqrt{\left(\sqrt{32}\right)^2 + (4)^2}$$

$$D = 6{,}928\, m$$



$$diagonal\ del\ cubo\ inscrito\ = 6{,}928 - 1{,}8 - 1{,}8$$

$$diagonal\ del\ cubo\ inscrito\ = d_{ins} = 3{,}328\, m$$

Para obtener el valor de la arista del cubo inscrito se aplica el teorema de la hipotenusa de Pitágoras y despejando a

$$d_{ins} = a\sqrt{3}$$

$$a = \frac{d_{ins}}{\sqrt{3}}$$

$$a = \frac{3{,}328}{\sqrt{3}}$$

$$a = 1{,}921\, m$$

Volumen del hexaedro inscrito:

$$V = a^3$$

$$V = 1{,}921^3$$

$$V = 7{,}09\, m^3$$

Volumen

$$\boxed{7{,}09\, m^3}$$

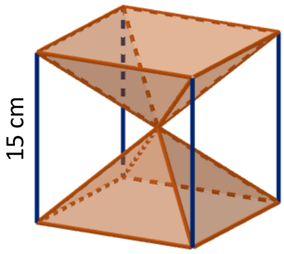


Figura 3.6.
■ ***Fuente:*** *Autoría propia*

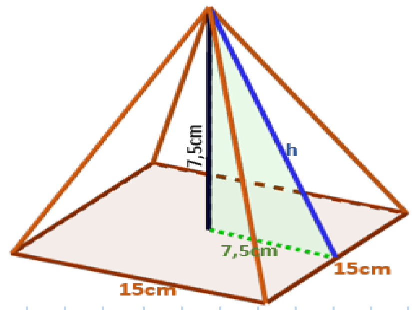
- **José Luis, un artesano que trabaja con vidrio, va a construir un reloj de arena de caras planas como se muestra en la Figura 3.6. pero solamente se conoce el lado del hexaedro en el que está inscrito. Usted como su ayudante debe indicarle qué cantidad de vidrio se requiere para llevar a cabo la obra.**

Respuesta: *1086,40 cm² de vidrio.*

DATOS:

$$H_{hexaedro} = 15\ cm$$

$$H_{pirámide} = 7{,}5\ cm$$



Por el teorema de la hipotenusa de Pitágoras:

$$h = \sqrt{7{,}5^2 - 7{,}5^2}$$

$$h = \frac{15\sqrt{2}}{2}$$

Área de las caras triangulares:

$$S_\Delta = \frac{base \times altura}{2}$$

$$S_\Delta = \frac{15 \times \frac{15\sqrt{2}}{2}}{2}$$

$$S_\Delta = 79{,}55\ cm^2$$

$$S_\Delta = 79{,}55\ \times\ 8$$

$$S_\Delta = 636{,}396\ cm^2$$

Área de las caras cuadradas:

$$S_\blacksquare = a^2$$

$$S_\blacksquare = 15^2$$

$$S_\blacksquare = 225\ cm^2$$

$$S_\blacksquare = 225\ \times\ 2$$

$$S_\blacksquare = 450\ cm^2$$

Cantidad de vidrio:

$$S = S_\Delta + S_\blacksquare$$

$$S = 1086{,}40\ cm^2$$

Cantidad de vidrio:

$$\boxed{1086{,}40\ cm^2}$$

Clase N° 4

Octaedro Regular

Objetivo:

- Deducir las fórmulas del área y volumen del octaedro regular mediante la descomposición del sólido.
- Aplicar dichas fórmulas en la resolución de ejercicios contextualizados.

Introducción:

Esta clase está centrada en la obtención de las ecuaciones correspondientes al área y volumen del octaedro regular mediante con el uso de material didáctico del Laboratorio de Matemáticas.

Se utilizará el material didáctico: octaedro de color verde del set 1, plantilla 3 del set 2, octaedro de color naranja del set 3.

Para el desarrollo de esta clase se sugiere al docente hacer uso de la estrategia didáctica “**Juego Lúdico**”

Imagen 4.1.
Fuente: *Autoría propia*

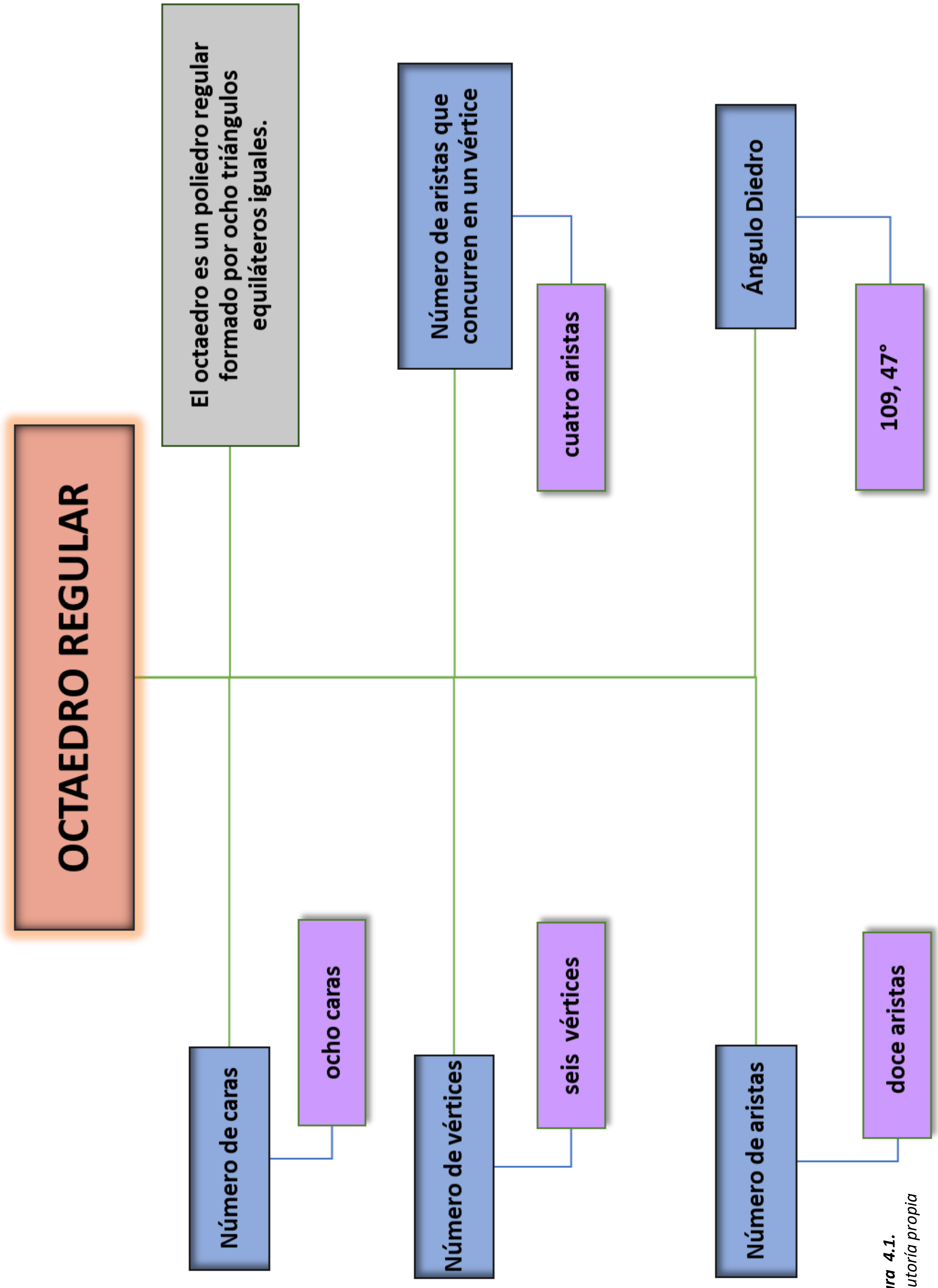


Figura 4.1.
Fuente: *Autoría propia*

Anticipación

Tiempo sugerido: 15 minutos

A **Para iniciar la clase, los estudiantes resolverán el siguiente crucigrama para recordar conceptos previos sobre el octaedro regular. Presente el Octaedro regular del set 1.**

GUÍA ESTUDIANTE—RESUELTO (*Anticipación*)

1 **Complete el siguiente crucigrama**

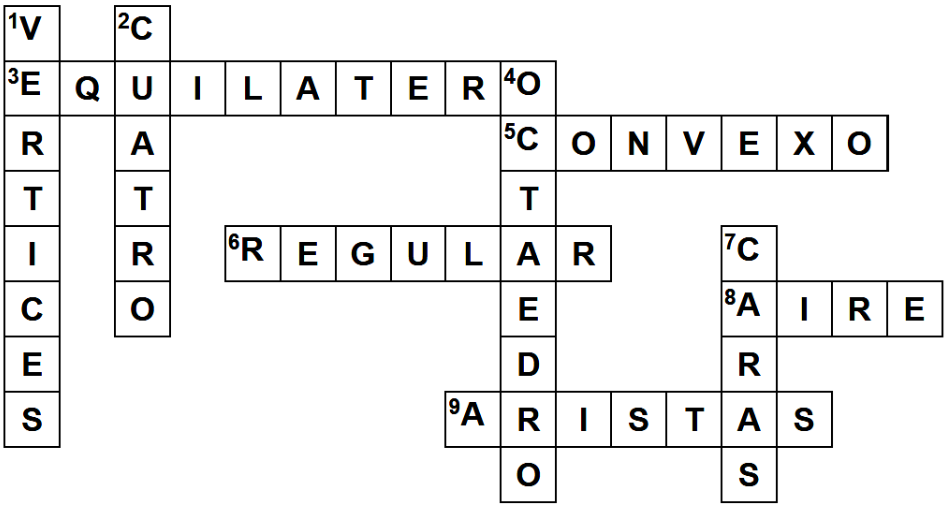


Figura 4.2.
■ ***Fuente:*** *Autoría propia*

Etimología de la palabra "octaedro"

Proviene de la palabra griega antigua ὀκτάεδρον (octahedron), de ὀκτά (octo, "ocho") y ἕδρα (hedra), (que significa "asiento", "base"; en geometría, "cara")

■ ***Fuente:*** http://bit.ly/384Vuas

HORIZONTALES

3. Característica del polígono que forma el sólido:

5. Si un ángulo diedro interno mide menos de 180 grados, se llama:

6. Si todos los ángulos, caras y aristas de un poliedro son iguales, se le denomina como:

8. Elemento con el que Platón relaciona al octaedro regular:

9. El octaedro regular tiene *12 ....*

VERTICALES

1. El octaedro regular tiene 6 ....

2. En el octaedro regular, en un vértice concurren .... aristas.

4. Sólido regular que tiene 8 caras

7. Regiones limitadas por las aristas

Construcción

Tiempo sugerido: 1h 15

B **Para obtener el área del octaedro regular, los estudiantes aplicarán conceptos ya aprendidos en la clase del tetraedro regular. Proporcione preguntas que ayuden a obtener la fórmula correcta.** ***Utilice el material didáctico Plantilla 3: Octaedro Regular.***

Preguntas sugeridas:

- Número de triángulos: *ocho (8)*
- Área de un triángulo en función de la arista:
  Los estudiantes ya conocen esta expresión debido a que en la clase del tetraedro se dedujo.
  $$S_{\Delta} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$
- Para obtener el área total del octaedro regular ¿qué se debe realizar?

El área obtenido de un triángulo se debe multiplicar por los ocho triángulos que conforman este sólido.

- Por lo tanto, él área total del octaedro regular es:

$$S_{\Delta} = \frac{a^2 \times \sqrt{3}}{4} \times 8$$

$$\boxed{S = 2a^2\sqrt{3}}$$

Plantilla 3: Octaedro Regular

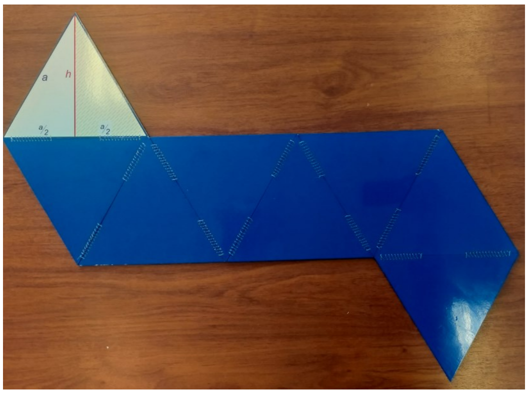


Imagen 4.2.
Fuente: *Autoría propia*

GUÍA ESTUDIANTE—RESUELTO (*Construcción*)

2 **Obtenga la fórmula de área del octaedro regular.** ***Ayúdese de las preguntas formuladas.***

- **Área de un triángulo en función de su arista:**

$$S_{\Delta} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

- **Área total del octaedro regular:**

$$S_{\Delta} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \times 8$$

Área:

$$\boxed{S = 2a^2\sqrt{3}}$$

C **Para calcular el volumen del octaedro regular utilice el siguiente material didáctico del Set 3.**

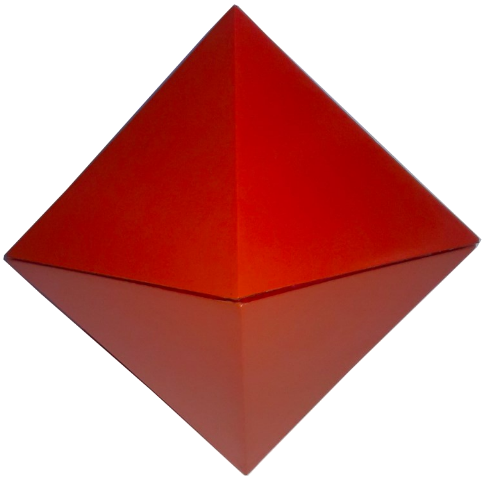


Imagen 4.3.
■ ***Fuente:*** *Autoría propia*

D **Proporcione las siguientes preguntas a los estudiantes para deducir el volumen del octaedro regular. *Solicite la atención de todos y conjuntamente con su explicación los estudiantes completarán las preguntas en su guía.***

- Si al octaedro regular lo descomponemos en dos sólidos, ¿qué se obtiene?

Se obtiene dos pirámides idénticas de base cuadrada cuyas aristas miden "a"

Imagen 4.4.
■ ***Fuente:*** *Autoría propia*

- La fórmula del volumen de una pirámide es:

En la clase del tetraedro regular se obtuvo esta fórmula.

$$V = \frac{1}{3}(S_{base} \times H)$$

- ¿Cuál es el área de la base de la pirámide?

$$S_{base} = a^2$$

- ¿Cuál es la altura de la pirámide? *De unos minutos para obtener la fórmula.*

$$H = \frac{a}{2}\sqrt{2}$$

♦ **Por lo tanto el volumen de la pirámide de base cuadrada es:**

$$V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$$

♦ **Escriba el volumen del octaedro regular:**

$$\boxed{V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}}$$

GUÍA ESTUDIANTE—RESUELTO (*Construcción*)

3 **Obtenga el volumen del octaedro regular.** ***Siga las orientaciones de su docente.***

Preguntas guía:

- **En qué sólidos se puede descomponer el octaedro regular:**

Se puede descomponer en dos pirámides de base cuadrada

- **La fórmula de una pirámide es:**

$$V = \frac{1}{3}(S_{base} \times H)$$

- **¿Cuál es el área de la base de la pirámide?**

$$S_{base} = a^2$$

- **¿Cuál es la altura de la pirámide?**

Desarrollo:

$$(Cateto\ 1)^2 + (Cateto\ 2)^2 = (Hipotenusa)^2$$

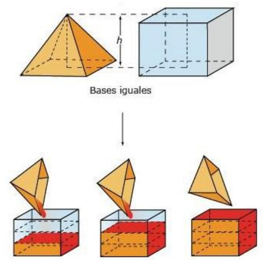
$$\left(\frac{a}{2}\right)^2 + H^2 = h^2 \quad ; \quad h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$H^2 = \frac{3a^2}{4} - \frac{a^2}{4}$$

$$H^2 = \frac{2a^2}{4}$$

$$\boxed{H = \frac{a}{2}\sqrt{2}}$$

Recuerde



El volumen de una pirámide es la tercera parte del volumen de un prisma, siempre y cuando, estos tenga la misma base e igual altura.

■ ***Fuente:*** http://bit.ly/2HRs993

Figura 4.3.
■ ***Fuente:*** http://bit.ly/38pZEd

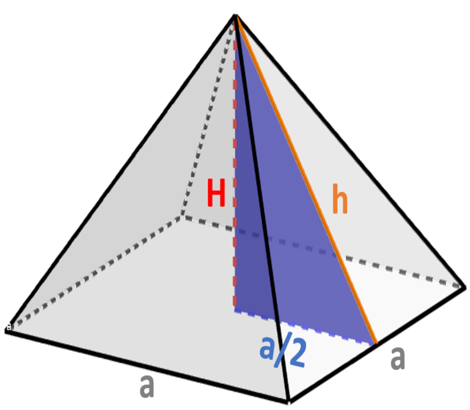


Figura 4.4.
■ ***Fuente:*** *Autoría propia*

- **Por lo tanto, el volumen de la pirámide de base cuadrada es:**

$$V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$$

- **Luego de haber obtenido la altura de una pirámide, realice el procedimiento necesario para obtener el volumen del octaedro regular.**

Desarrollo:

- **Volumen de pirámide de base cuadrada:**

$$V = \frac{1}{3}\left(a^2 \times \frac{a\sqrt{2}}{2}\right)$$

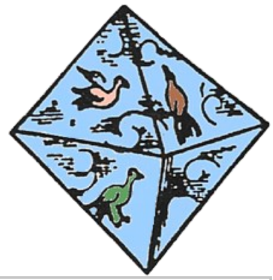
$$V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$$

- **¿Que se debe realizar para obtener el volumen del octaedro regular?** *El volumen de la pirámide multiplicamos por dos, para obtener el volumen total del octaedro regular:*

$$V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6} \times 2$$

Volumen:

$$\boxed{V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}}$$



Al **Octaedro** se lo relaciona con el aire, puesto que este sólido cuando se lo sujeta por los vértices opuestos gira libremente.

Fuente: *http://bit.ly/3bUTvT*

Figura 4.5.
Fuente: https://images.app.goo.gl/7BcFl1KTzdMmDGUFC6

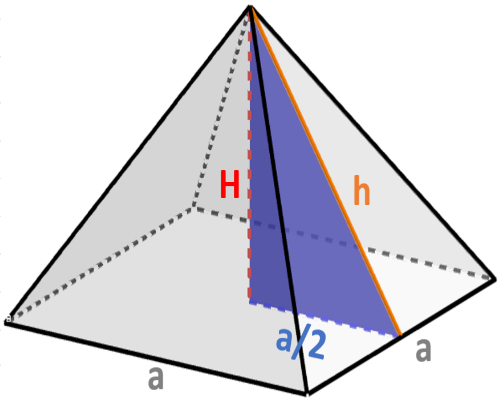
Consolidación

Tiempo sugerido: **30 minutos**

E **Los estudiantes deben calcular el ángulo diedro del octaedro regular. Sugiera que descompongan el sólido (*dos pirámides*), para facilitar los cálculos. *Ángulo diedro: 109,47°***

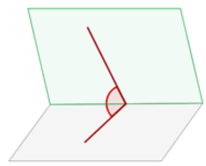
4 **Calcule el ángulo diedro del octaedro regular. Aplicando conceptos aprendidos durante el desarrollo de esta clase.** ***Sugerencia:*** ***Descomponer el sólido.***

El octaedro regular se lo puede descomponer en dos pirámides idénticas, por lo que obteniendo el valor del ángulo entre la cara lateral y la base, luego multiplicando por dos, se podrá obtener el ángulo diedro.



Recuerde

Ángulo diedro



Es la porción de espacio limitada por dos semiplanos que se llaman caras .

Figura 4.6.

Fuente: *http://bit.ly/2HBser*

Desarrollo:

$$Tan \propto = \frac{H}{a/2}$$

El valor de H ya se conoce:

$$H = \frac{a}{2}\sqrt{2}$$

Reemplazando:

$$Tan \propto = \sqrt{2}$$

$$\propto = Tan^{-1}\sqrt{2}$$

$$\propto = 54,7356°$$

$$\propto = 54,7356° \times 2$$

Ángulo diedro:

$$\boxed{109,47°}$$

F **Se presenta un problema contextualizado en la cuál implica área y volumen del sólido estudiado.**

4 **Resuelva el siguiente problema.**

La obra *"Ícono octaedro" de* la Tecnópolis 2011 en Buenos Aires, Argentina tuvo una dimensiones de 18 m de lado en su base. Determine: ¿Cuál fue la cantidad necesaria de poliéster (lona blanca) para recubrir toda la construcción? Y ¿Cuál es su volumen?

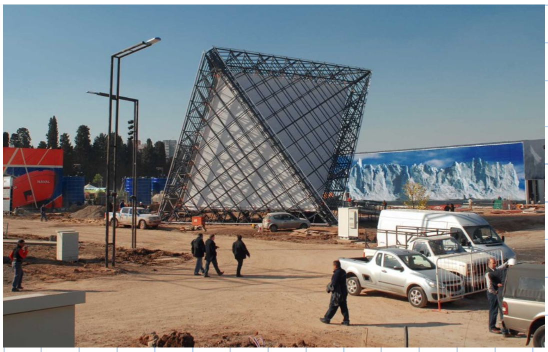


Imagen 4.5. "Ícono Octaedro"
Fuente: *http://bit.ly/2V9cYzx*

DATOS:

a = 18 m

S= ?

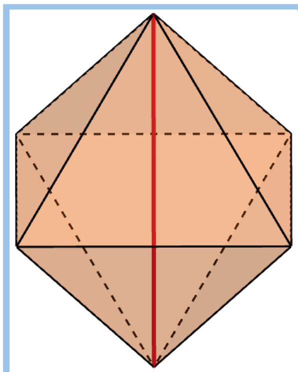
V= ?

$$S = 2a^2\sqrt{3}$$
$$S = 2(18)^2\sqrt{3}$$
$$S = 1122{,}37\ m^2$$

$$V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$$
$$V = \frac{18^3\sqrt{2}}{3}$$
$$V = 2749{,}23\ m^3$$

Respuesta: *se necesita* $1122{,}37\ m^2$ *de lona para recubrir toda la construcción y tiene un volumen de* $2749{,}23\ m^3$

Ten en cuenta que....



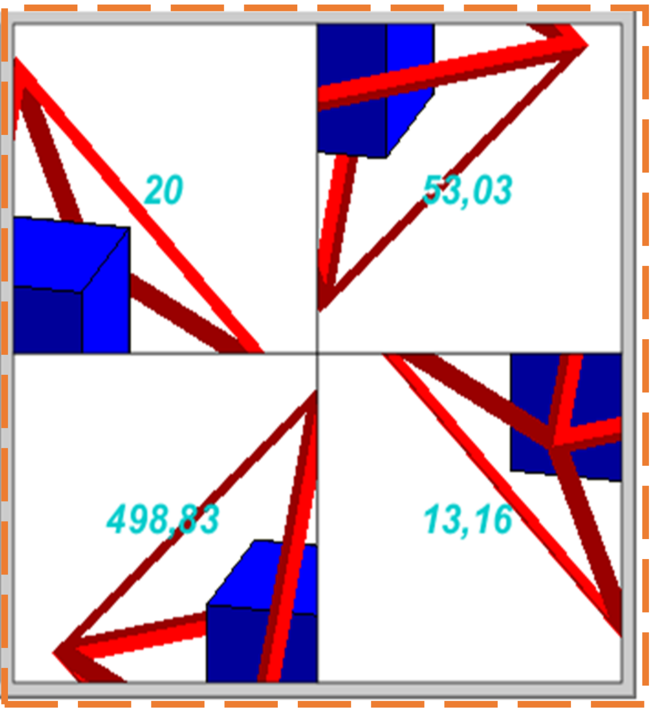
La altura de un octaedro regular se construye desde un vértice hasta su opuesto, por ende es también la diagonal del sólido.

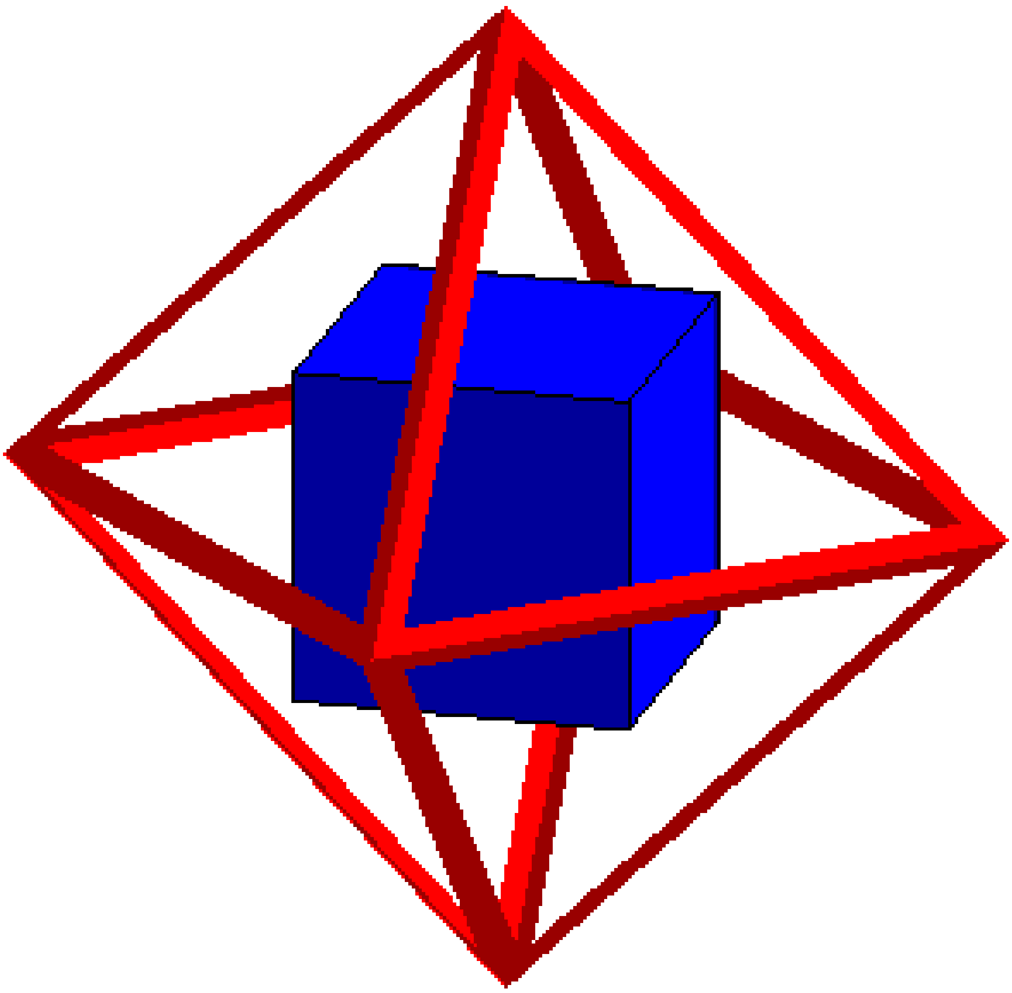
Figura 4.7.
Fuente: *Autoría propia*

F **Finalmente se propone un rompecabezas basado en la dualidad del octaedro, para su construcción los estudiantes deberán resolver cuatro preguntas propuestas, y luego recortar y pegar. Posteriormente se le presenta preguntas acorde a la dualidad.**

5 **Resuelva cada uno de las interrogantes, busque el resultado, recorte y pegue en su lugar.**

¿Cuál será el área del octaedro regular que tiene como arista 12	¿Cuál es la altura de un octaedro si la diagonal es de 20 cm?
¿Cuánto mide la diagonal de un octaedro si su área es de 300 m^2?	¿Cuál será el volumen de un octaedro regular cuya altura mide 15 cm?





6 **Luego de haber armado y descubierto la imagen, responda las siguientes preguntas:**

- **¿Qué sólido esta inscrito en el octaedro regular?**

  Está inscrito un hexaedro regular.

- **¿Qué sucede con los vértices del sólido inscrito con respecto al octaedro regular?**

  Los vértices del hexaedro, están ubicados en el centro de las caras del octaedro regular.

- **¿Qué nombre recibe este acontecimiento?**

  Se le conoce como dualidad.

- **Existirá la posibilidad de inscribir un octaedro regular en un hexaedro regular. ¿Por qué?**

  Si, porque existe la relación entre el número de caras, vértices y aristas, las caras y vértices se intercambian, mientras que las aristas de ambos sólidos se mantiene.

  ***Hexaedro regular:** C=6 , V= 8 , A=12*

  ***Octaedro regular:** C=8 , V= 6 , A=12*

ACTIVIDAD EN CASA

G **Se presentan un grupo de ejercicios para que el estudiante resuelva en su guía didáctica. Se facilitan las respuestas para que pueda comprobar los resultados.**

7 **Resuelva los siguientes ejercicios:**

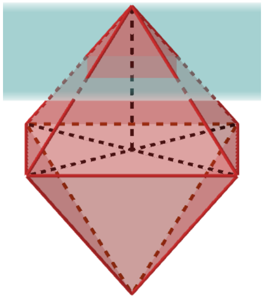


Figura 4.8.
Fuente: *Autoría propia*

- **Un iceberg en forma de octaedro regular mide 17 m de arista, una pequeña parte está sobre el agua que mide 5 m a ras de la superficie. Calcule el volumen de hielo que se encuentra sumergido en el océano.**

Respuesta: *2 286,55 m*^{3}

DATOS:

$a = 17\ m$

$a' = 5\ m$

Para encontrar el volumen sumergido se procede a encontrar el volumen total del octaedro y restar la parte que se encuentra sobre el agua

$$V_{sumergido} = V - V_{externo}$$

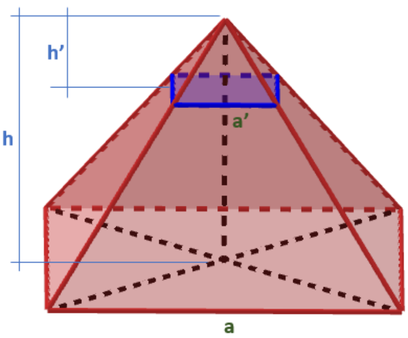
Aplicando la fórmula del volumen del octaedro regular:

$$V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$$

$$V = \frac{17^3\sqrt{2}}{3}$$

$$V = 2\,316{,}010\ m^3$$

Se encuentra la altura de la pirámide h y luego se aplica el Teorema de Thales para encontrar el valor de h':



$$h = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$h = \frac{17\sqrt{2}}{2}$$

$$h = 12{,}020\ m$$

$$\frac{h}{a} = \frac{h'}{a'}$$

$$h' = \frac{5(12{,}020)}{17}$$

$$h' = 3{,}536\ m$$

Se procede a encontrar el volumen de la parte de octaedro que se encuentra fuera del agua:

$$V_{exterior} = V_{pirámide} = \frac{1}{3}(S_{base})(h)$$

$$V_{exterior} = \frac{1}{3}(5 \times 5)(3{,}536)$$

$$V_{exterior} = 29{,}463\ m^3$$

Se reemplazan los datos calculados para hallar la solución:

$$V_{sumergido} = V - V_{externo}$$

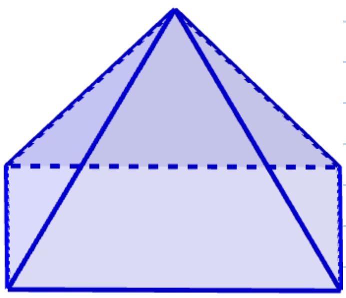
$$V_{sumergido} = 2\ 316{,}010 - 29{,}463$$

$$V_{sumergido} = 2\ 286{,}55\ m^3$$

Volumen Sumergido:

$$\boxed{2\ 286{,}55\ m^3}$$

- **Se descompone un octaedro regular en dos pirámides idénticas de base cuadrada. Si el área de una pirámide es de 850 cm^2. ¿Cuál es el volumen total que ocupa dicho octaedro?** ***Respuesta:*** *2586,96 cm^3*



DATOS:

$$S_{pirámide} = 850\ cm^2$$

Partiendo de la superficie de la pirámide, se puede calcular la longitud de la arista del poliedro regular, obteniendo la fórmula en función de la arista

$$S_{pirámide} = S_{base} + S_{caras\ laterales}$$

$$S_{base} = a^2$$

$$S_{caras\ laterales} = 4\left(\frac{a \times h}{2}\right)$$

$$h = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

$$h = \frac{a}{2}\sqrt{3}$$

$$S_{caras\ laterales} = 4\left(\frac{a \times \frac{a}{2}\sqrt{3}}{2}\right)$$

*Se efectúan las operaciones y se obtiene la fórmula del área de la pirámide, solo queda despejar a y encontrar su valor_*

$$S_{pirámide} = a^2 + a^2\sqrt{3}$$

$$a = \sqrt{\frac{S_{pirámide}}{1+\sqrt{3}}}$$

$$a = \sqrt{\frac{850}{1+\sqrt{3}}}$$

$$a = 17{,}639\ cm$$

El valor de la arista se sustituye en la fórmula del volumen y se obtiene la solución:

$$V = \frac{(17{,}639)^3\sqrt{2}}{3} \qquad V = 2586{,}96\ cm^3$$

Volumen:

2 586,96 cm^3

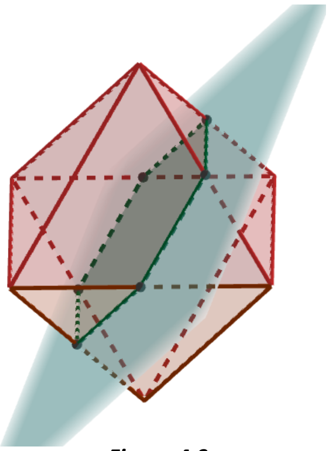


Figura 4.9.
Fuente: *Autoría propia*

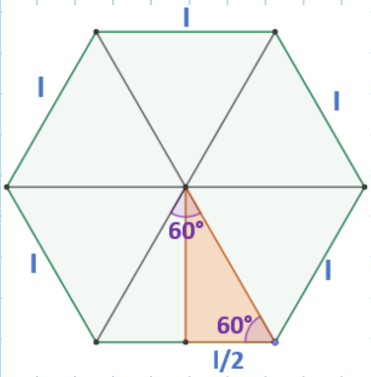
- **El octaedro regular (Figura 4.9.), está cortado por un plano que atraviesa los puntos medios de las aristas que intervienen. La región que se forma en el interior del octaedro tiene un área de 20 cm^2. Calcule el volumen del sólido.** ***Respuesta:*** *22 316,92 cm^3*

El corte del plano con el interior del sólido forma un hexágono regular

DATOS:

$$S_{hexágono} = 20\ cm^2$$

Al tratarse de un hexágono regular, uniendo los vértices, se forman triángulos equiláteros, que sirven de ayuda para encontrar su área en función de su lado.

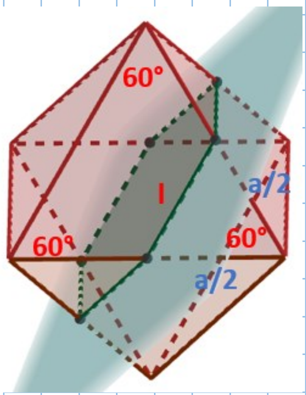


$$S_{hexágono} = \frac{perímetro \times apotema}{2}$$

$$perímetro = 6l \qquad apotema = \frac{l}{2}\tan 60$$

Sustituyendo los valores de perímetro y apotema, se tiene:

$$S_{hexágono} = \frac{3\sqrt{3}}{2}l^2$$



Despejando y sustituyendo los valores conocidos , se tiene que la longitud del lado es:

$$l = 18{,}088\ cm$$

Las caras del octaedro, al ser triángulos equiláteros, los ángulos internos miden 60°, además, los lados del hexágono interno al estar unidos a los puntos medios de las aristas, forman un triángulo equilátero de lados "l", "a/2" y "a/2", por ende:

$$\frac{a}{2} = l \qquad a = 2l = 36{,}175\ cm$$

Ya conociendo el valor de la arista, se sustituye en la fórmula del volumen y se encuentra la solución:

$$V = \frac{(36{,}175)^3\sqrt{2}}{3}$$

$$V = 22\,316{,}92\ cm^3$$

Volumen:

22 316,92 cm^3

- **La Figura 4.10. representa la dualidad entre octaedro y hexaedro, conociendo que el volumen de octaedro es de 500 cm^3. Calcule:**

  a. La longitud de la arista del hexaedro

  Respuesta: *4,81 cm*

  b. El porcentaje de volumen que representa el hexaedro dentro del octaedro.

  Respuesta: *22,22%*

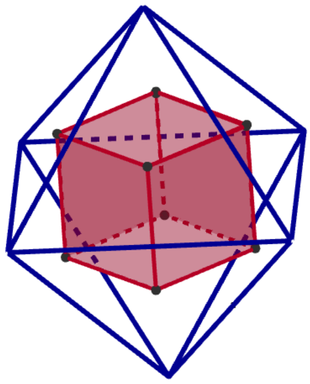


Figura 4.10.
■ ***Fuente:*** *Autoría propia*

DATOS:

$$V_{octaedro} = 500\ cm^3$$

$$\measuredangle diedro_{octaedro} = 109{,}47°$$

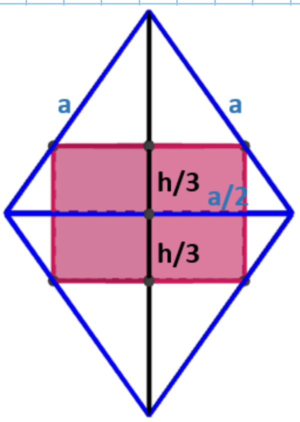
A partir de la fórmula del volumen, se puede calcular la arista

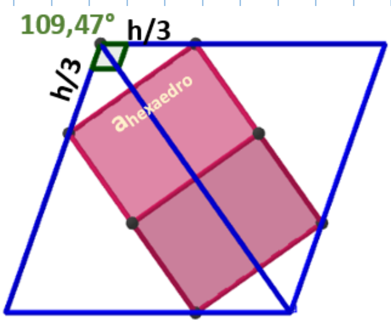
$$a = \sqrt[3]{\frac{3V}{\sqrt{2}}}$$

$$a = \sqrt[3]{\frac{3(500)}{\sqrt{2}}}$$

$$a = 10{,}198\ cm$$

Los vértices del hexaedro coinciden con los baricentros de las caras del octaedro de la siguiente manera:





Conociendo el valor de la arista, se puede calcular el valor de la altura:

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$h = \frac{10{,}198\sqrt{3}}{2}$$

$$h = 8{,}832\ cm$$

Con ayuda del ángulo diedro, haciendo uso de la ley del coseno , se procede a calcular la longitud de la arista del hexaedro:

$$a_{hexaedro}{}^{2} = \left(\frac{1}{3}h\right)^2 + \left(\frac{1}{3}h\right)^2 - 2\left(\frac{1}{3}h\right)\left(\frac{1}{3}h\right)\cos\measuredangle_{diedro}$$

$$a_{hexaedro} = \sqrt{2{,}944^2 + 2{,}944^2 - 2(2{,}944)(2{,}944)\cos 109{,}47}$$

$$a_{hexaedro} = 4{,}81\ cm$$

Arista Cubo:

4,81 cm

Para encontrar porcentaje del volumen del hexaedro primero se debe calcular el volumen del hexaedro:

$$V_{hexaedro} = a^3$$

$$V_{hexaedro} = 4{,}81^3 = 111{,}109\ cm^3$$

Aplicando la regla de tres:

$$500 = 100\%$$

$$111{,}109 = ?$$

$$\%_{hexaedro} = \frac{111{,}109 \times 100}{500}$$

$$\%_{hexaedro} = 22{,}22\%$$

Porcentaje:

22,22%

El porcentaje de volumen que representa el hexaedro dentro del octaedro es 22,22%

H **Los estudiantes deberán observar un video en el que se realiza la explicación de cómo obtener el volumen del dodecaedro regular. Recomiende que realicen apuntes.**

Link: http://bit.ly/DodeCA-Video

Imagen 4.6.
Fuente: *Autoría propia*

I **Solicite a sus estudiantes que para la siguiente clase lleven los siguientes materiales, que serán de utilidad para encontrar el valor del ángulo diedro del dodecaedro regular.**

- **Plastilina**
- **Graduador**
- **Hoja de papel**

Clase N° 5	Dodecaedro Regular

Objetivo:

- Conocer las formulas de área y volumen del dodecaedro regular.
- Aplicar dichas fórmulas en la resolución de ejercicios contextualizados.

Introducción:

Los estudiantes deberán observar el video que se les envió en la clase anterior , el cual consiste la demostración de la fórmula del volumen del dodecaedro regular, durante la clase realizar un conversatorio y obtener datos relevantes para el desarrollo de dicha fórmula.

Para el desarrollo de esta clase se sugiere al docente hacer uso de la estrategia didáctica **"Aula invertida"**.

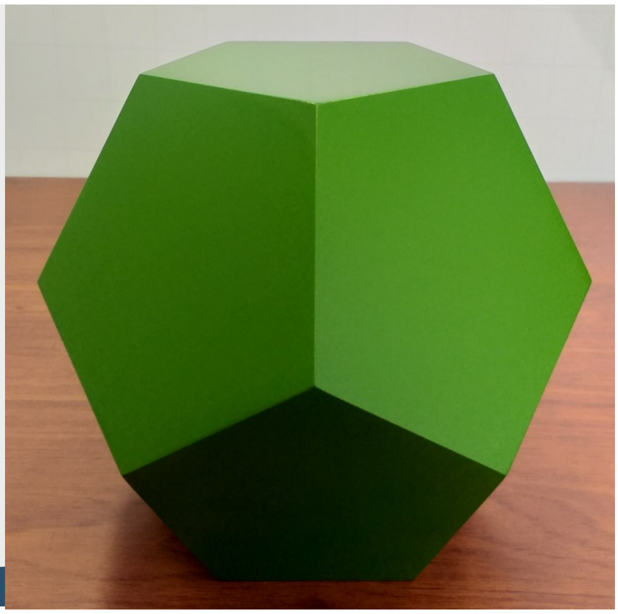


Imagen 5.1.
Fuente: *Autoría propia*

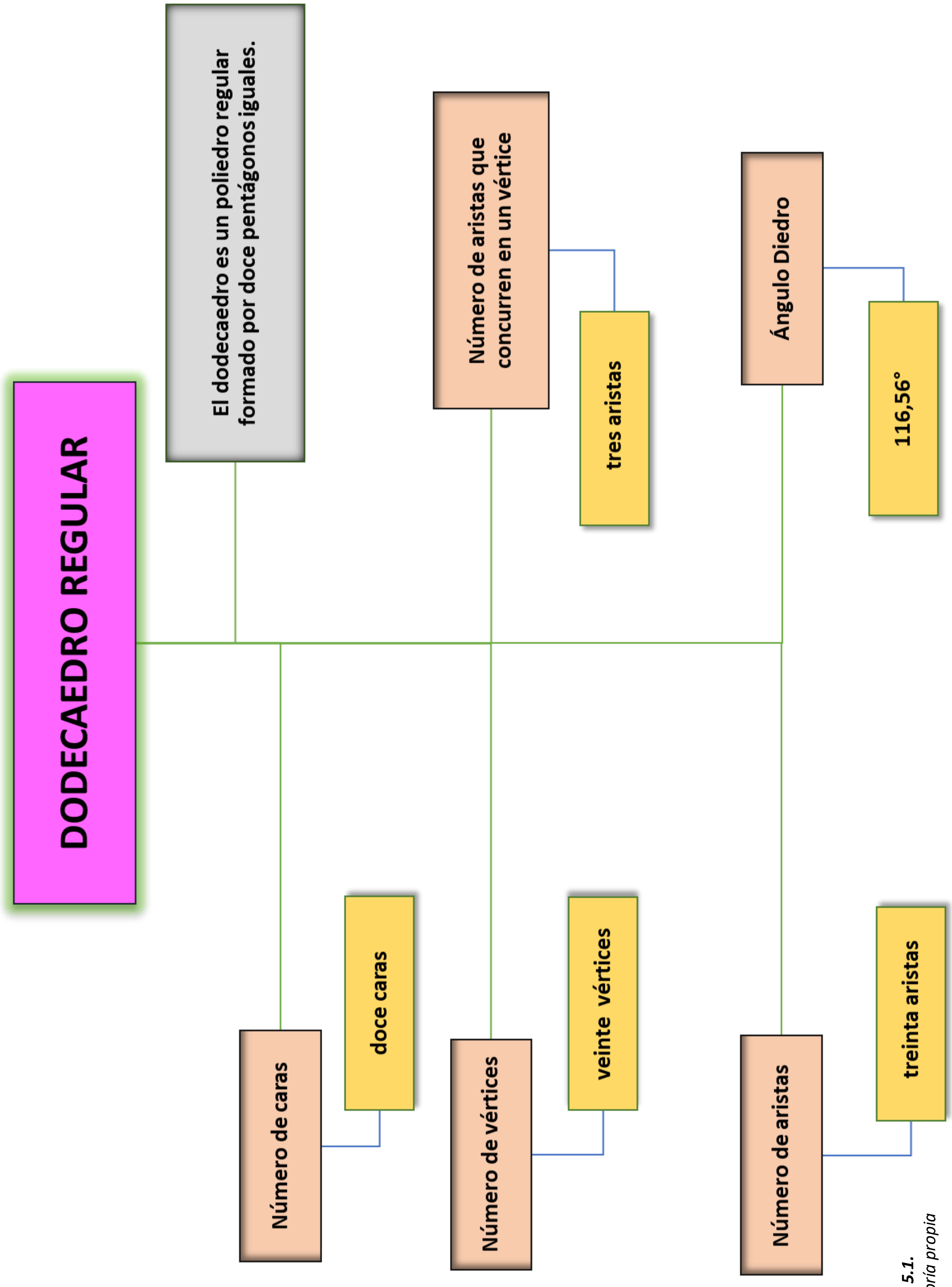


Figura 5.1.
Fuente: *Autoría propia*

Anticipación

Tiempo sugerido: 20 minutos

A **Dialogue con los estudiantes acerca del video que observaron en casa.**

Preguntas sugeridas:

- ¿Con qué polígono regular está formado el dodecaedro regular?

  El dodecaedro regular esta formado de pentágonos regulares.

- ¿Cuántos polígonos son?

  Son 12 polígonos.

- ¿Para obtener el área del dodecaedro regular que proceso se debe realizar?

  Se debe obtener el área de una cara, luego multiplicar por doce.

- ¿Cuál es la fórmula para obtener el área de un pentágono regular?

$$\text{Área} = \frac{\text{Perímetro} \times \text{apotema}}{2}$$

- Si al dodecaedro regular se le descompone en sólidos, cuáles serian estos sólidos y cuántos?

  Se descompone en doce pirámides de bases pentagonales.

Etimología de la palabra "dodecaedro"

Proviene de la palabra griega » δωδεκαεδρον» (dōdekáedron), compuesto de «δωδεκα» (dōdeka) doce y «εδρα»(edra) que quiere decir cara.

■ ***Fuente:*** https://definiciona.com/dodecaedro/

Construcción

Tiempo sugerido: 1h10

B **Luego, los estudiantes harán el desarrollo de la fórmula del área y volumen del dodecaedro regular en su guía, para ello se apoyarán del siguiente material didáctico y del video observado en casa.**

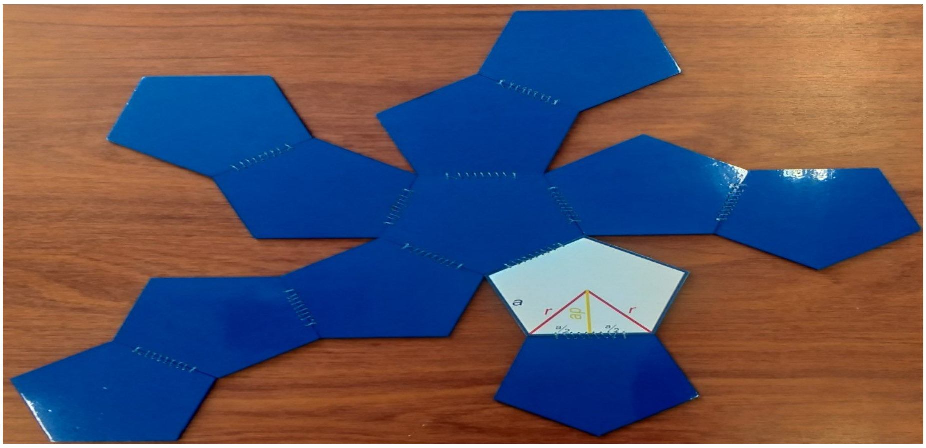


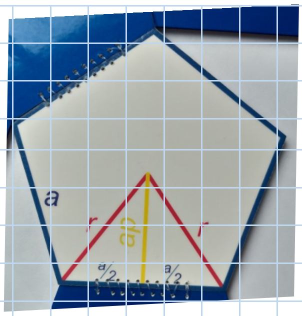
Imagen 5.2.
■ ***Fuente:*** *Autoría propia*

GUÍA ESTUDIANTE—RESUELTO (*Construcción*)

1 **Desarrolle la fórmula del área y volumen del dodecaedro regular. Ayúdese del video observado en casa.**

Área del Dodecaedro Regular

- Área del pentágono regular:



$$Área = \frac{Perímetro \times apotema}{2}$$

$$Perímetro = 5a$$

Apotema (ap):

$$Tan\ 36 = \frac{a/2}{ap} \rightarrow ap = \frac{a/2}{Tan\ 36} \rightarrow ap = \frac{a}{2\ Tan\ 36}$$

$$S = \frac{5a \times \frac{a}{2\ Tan\ 36}}{2} \rightarrow \boxed{S = \frac{5a^2}{4\ Tan\ 36}}$$

- Área de dodecaedro regular:

$$S = 12\left(\frac{5a^2}{4\ Tan\ 36}\right)$$

Área:

$$\boxed{\frac{15a^2}{Tan\ 36}}$$

Volumen Dodecaedro Regular

Sabías que......

El **Pabellón Cielo Tierra** tiene la forma de dos dodecaedros regulares unidos por una de sus caras. Están parcialmente soterrados. Alberga el Centro de Investigación Científica Plaza Cielo Tierra ubicado en la Provincia de Córdoba, Argentina.

Imagen 5.3. "Pabellón Cielo y Tierra"

- ***Fuente:*** *https://plazacielotierra.org*

- **Número de pirámides que se descompone el dodecaedro regular**

  Se descompone en 12 pirámides de base pentagonal

- **Área de la base de la pirámide:**

$$S = \frac{5a^2}{4\ Tan\ 36}$$

- **Altura de la pirámide:**

$$H = 1{,}113496\ a$$

- **Volumen de una pirámide:**

$$V = \frac{1}{3}(S_{base} \times H)$$

$$V = \frac{1}{3}\left(\frac{5a^2}{4Tan\ 36} \times 1.113496\ a\right)$$

$$\boxed{V = 0{,}638581\ a^3}$$

- **Volumen del dodecaedro regular:**

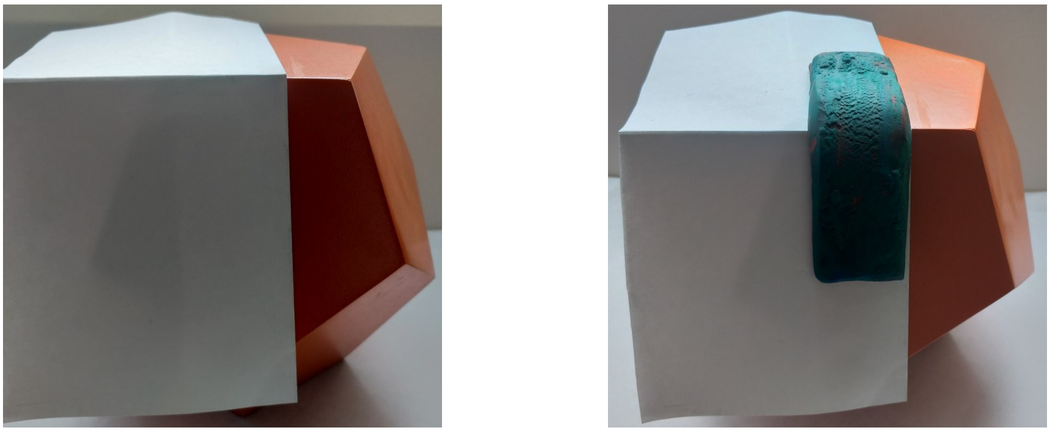
$$V = (0{,}638581\ a^3) \times 12$$

Volumen:

$$\boxed{V = 7{,}663\ a^3}$$

C A continuación, se va a calcular el ángulo diedro del sólido haciendo uso del dodecaedro regular color verde y naranja de los sets 1 y 3, plastilina, una hoja de papel, y un graduador.

- Coloque la hoja de papel sobre dos caras del poliedro y manténgala sostenida (a), acto seguido adhiera sobre el papel la plastilina de manera que cubra parte de las dos caras y la arista (b).



(a) (b)

Imagen 5.4.
Fuente: *Autoría propia*

- Utilizando la regla del graduador de forma a la plastilina haciendo que un lado de la plastilina sea perpendicular a la arista del dodecaedro en las dos caras en que se adhirió la plastilina.

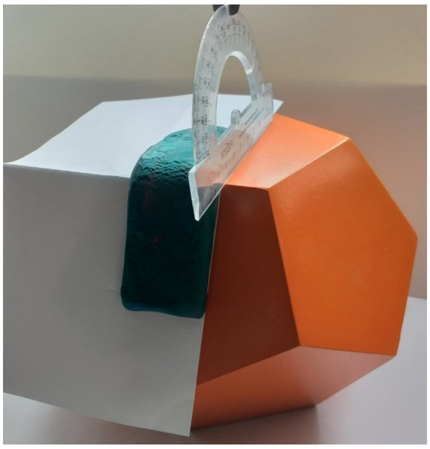


Imagen 5.5.
Fuente: *Autoría propia*

- Suelte la hoja de papel y retire con cuidado la plastilina intentando que no se deforme, seguidamente mida con el graduador el ángulo diedro. Repita este proceso en diferente pares de caras.

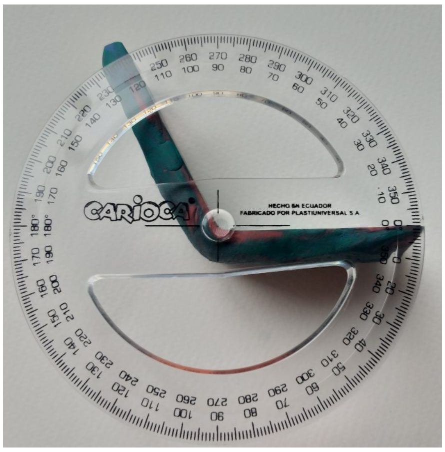


Imagen 5.6.
■ ***Fuente:*** *Autoría propia*

- Ahora, promediando los diferentes valores obtenidos, se conoce el valor aproximado del ángulo diedro del dodecaedro regular. Este valor es:

Ángulo diedro = 116,56°

Consolidación

Tiempo sugerido: 30 minutos

D **Finalmente, se presenta un problema contextualizado que involucra área y volumen del sólido estudiado.**

El Dodecaedro está relacionado con el Universo, pues sus doce caras pueden albergar los doce signos del zodiaco.

■ ***Fuente:*** http://bit.ly/3bUTvIT

GUÍA ESTUDIANTE—RESUELTO (*Consolidación*)

1 **Resuelva el siguiente problema:**

El pabellón Cielo Tierra (Imagen 5.7.) de la Provincia de Córdoba, Argentina está conformado por dos dodecaedros unidos en una de sus caras. Se conoce que las aristas de los dodecaedros miden 4,80 m. Calcule el área de la parte externa de la construcción y su volumen.

Imagen 5.7. "Pabellón Cielo y Tierra"
Fuente: *https://plazacielotierra.org*

DATOS:

a = 4,80 m

S= ?

V= ?

Área total de dos icosaedros:

$$S = \frac{15a^2}{Tan\ 36}$$

$$S = \frac{15(4{,}80)^2}{Tan\ 36°}$$

$$S = 475{,}68\ m^2$$

$$S = 475{,}68 \times 2$$

$$\boxed{S = 951{,}36\ m^2}$$

Área de dos pentágonos :

$$S = \frac{5a^2}{4\ Tan\ 36}$$

$$S = \frac{5(4{,}80)^2}{4\ Tan\ 36}$$

$$S = 39{,}64\ m^2$$

$$S = 39{,}64 \times 2$$

$$\boxed{S = 79{,}28\ m^2}$$

Área total del pabellón Cielo Tierra:

$$S = 951{,}36 - 79{,}28\ m^2$$

$$\boxed{S = 872{,}08\ m^2}$$

Volumen del pabellón Cielo Tierra :

$$V = 7{,}663\ a^3$$

$$V = 7{,}663 \times 4{,}80^3$$

$$\boxed{V = 847{,}47\ m^3}$$

Respuesta: *el área del pabellón de Cielo Tierra es de* $S = 872{,}08\ m^2$ *y su volumen es de* $V = 847{,}47\ m^3$

ACTIVIDAD EN CASA

E **Se presentan un grupo de ejercicios para que el estudiante resuelva en su guía didáctica. Se facilitan las respuestas para que pueda comprobar los resultados.**

7 **Resuelva los siguientes ejercicios en su cuaderno de trabajo.**

- **El Silo de Carbón (Imagen 5.8) tiene una altura de 8 m, calcule qué cantidad de carbón puede albergar si se lo llena completamente.** ***Respuesta:*** *27,53 m^3*

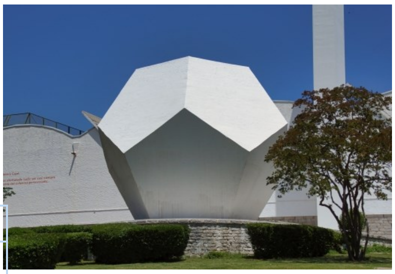


Imagen 5.8: Silo de Carbón del Instituto Técnico de la Construcción Eduardo Torroja ■ ***Fuente:*** *http://bit.ly/3bZUOH*

DATOS:

$$H = 8\,m$$

$$H_{dodecaedro} = 2H_{pirámide}$$

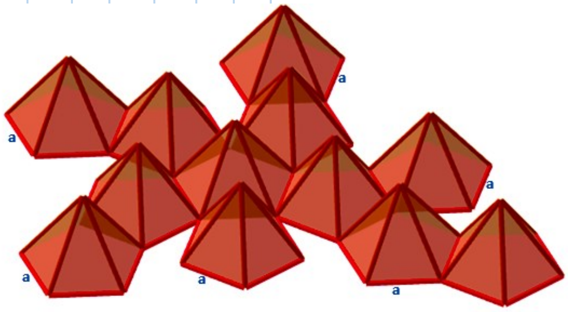
$$H_{pirámide} = 4\,m$$

$$H_{pirámide} = 1{,}113496\,a$$

$$a = \frac{H_{pirámide}}{1{,}113496}$$

$$a = \frac{4}{1{,}113496}$$

$$a = 3{,}593\,m$$



Volumen dodecaedro :

$$V = 7{,}663\,a^3$$

$$V = 7{,}663\,(3{,}592)^3$$

$$V = 355{,}23\,m^3$$

Volumen:

$$\boxed{355{,}23\,m^3}$$

Imagen 5.9.
Fuente: *http://bit.ly/2HNmWyN*

- **La maceta en forma de dodecaedro regular (Imagen 5.9.) tiene una altura de 18 cm, calcule la cantidad acrílico transparente que se necesitó para construirlo.** ***Respuesta:*** *1236,37 cm²*

DATOS:

$$H = 18\ m$$

$$H_{dodecaedro} = 2H_{pirámide}$$

$$H_{pirámide} = 9\ m$$

$$H_{pirámide} = 1{,}113496\ a$$

$$a = \frac{H_{pirámide}}{1{,}113496}$$

$$a = \frac{9}{1{,}113496}$$

$$a = 8{,}083\ m$$

Área del dodecaedro:

$$S = \frac{15\ a^2}{\tan 36^o}$$

$$S = \frac{15\ (8{,}083)^2}{\tan 36^\circ}$$

$$S = 1\ 348{,}77\ cm^2$$

La maceta tiene una abertura en la parte superior, por lo tanto, al área total del dodecaedro se le debe restar con el área de la abertura.

$$S_{real} = S - S_{abertura}$$

$$S_{abertura} = S_{pentágono} = \frac{5a^2}{4 \tan 36}$$

$$S_{real} = 1\ 348{,}77 - 112{,}40$$

$$S_{real} = 1236{,}37\ cm^2$$

Área:

$$\boxed{1236{,}37\ cm^2}$$

- **En la estructura para escalar en forma de dodecaedro regular de 90 cm de arista, el niño José se sube a la cumbre haciendo el recorrido señalado con línea entrecortada. ¿Cuál es la distancia que recorrió?** ***Respuesta:*** *394,80 cm*

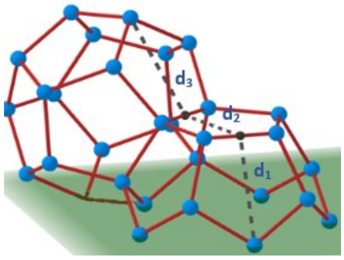
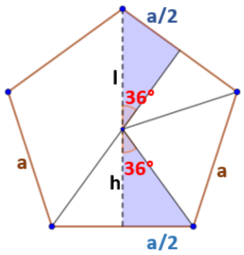


Figura 5.2.
Fuente: *Autoría propia*



DATOS:

$$a = 90\ cm \qquad d_1 = h + l$$

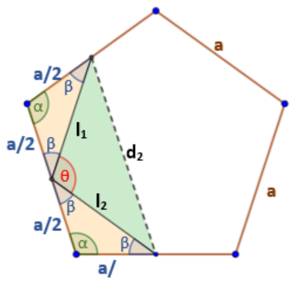
$$d_1 = d_3 \qquad l = \frac{90/2}{\sin 36} \qquad h = \frac{90/2}{\tan 36}$$

$$l = 76{,}559\ cm \qquad h = 61{,}937\ cm$$

Sustituyendo los valores encontrados, se tiene:

$$d_1 = 61{,}937 + 76{,}559$$

$$d_1 = 138{,}496 = d_3$$



Tomando como referencia el teorema *"Si dos lados de un triángulo y el ángulo comprendido son respectivamente iguales a dos lados y el ángulo comprendido de otro triangulo, los dos triángulos son iguales" se concluye que los triangulo de color naranja son iguales, por ende, los lados l1 y l_2 son iguales.*

Usando la fórmula de los ángulos internos del polígono regular de n lados, se tiene:

$$\alpha = \frac{180°\,(n-2)}{n} = \frac{180°\,(5-2)}{5} = 108°$$

$$a/2 = 45\ cm$$

Haciendo uso de la ley de cosenos en los triángulos anaranjados, se puede encontrar el valor de l_1.:

$$l_1{}^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 - 2\left(\frac{a}{2}\right)\left(\frac{a}{2}\right)\cos\alpha$$

$$l_1 = \sqrt{(45)^2 + (45)^2 - 2(45)(45)\cos 108°}$$

$$l_1 = 72{,}812 = l_2$$

Para averiguar valor del ángulo ϑ, se debe encontrar primero el ángulo β.

Utilizando la ley de senos:

$$\frac{\sin\alpha}{l_1} = \frac{\sin\beta}{a/2}$$

$$\beta = \sin^{-1}\left(\frac{45\sin 108^{\circ}}{72{,}812}\right)$$

$$\beta = 36^{\circ}$$

Los ángulos β, ϑ y β son ángulos suplementarios:

$$\beta + \theta + \beta = 180^{\circ}$$

$$\theta = 180^{\circ} - 2(36^{\circ})$$

$$\theta = 108^{\circ}$$

Trabajando con el triángulo de color verde, se calcula el valor de d_3 usando la ley de cosenos:

$$d_2{}^2 = l_1{}^2 + l_2{}^2 - 2l_1l_2\cos\theta$$

$$d_3 = \sqrt{72{,}812^2 + 72{,}812^2 - 2(72{,}812)(72{,}812)\cos 108^{\circ}}$$

$$d_2 = 117{,}81\,cm$$

Distancia total recorrida:

$$d_{total} = d_1 + d_2 + d_3$$

$$d_{total} = 138{,}496 + 117{,}81 + 138{,}496$$

$$d_{total} = 394{,}80\,cm$$

Distancia recorrida:

$$394{,}80\,cm$$

F Los estudiantes deben acceder al Objeto de Aprendizaje, que consiste en el desarrollo de las fórmulas de área y volumen del icosaedro regular. El estudiante deberá hacer apuntes y contestar las preguntas propuestas en su guía.

Link: http://bit.ly/OA-1co

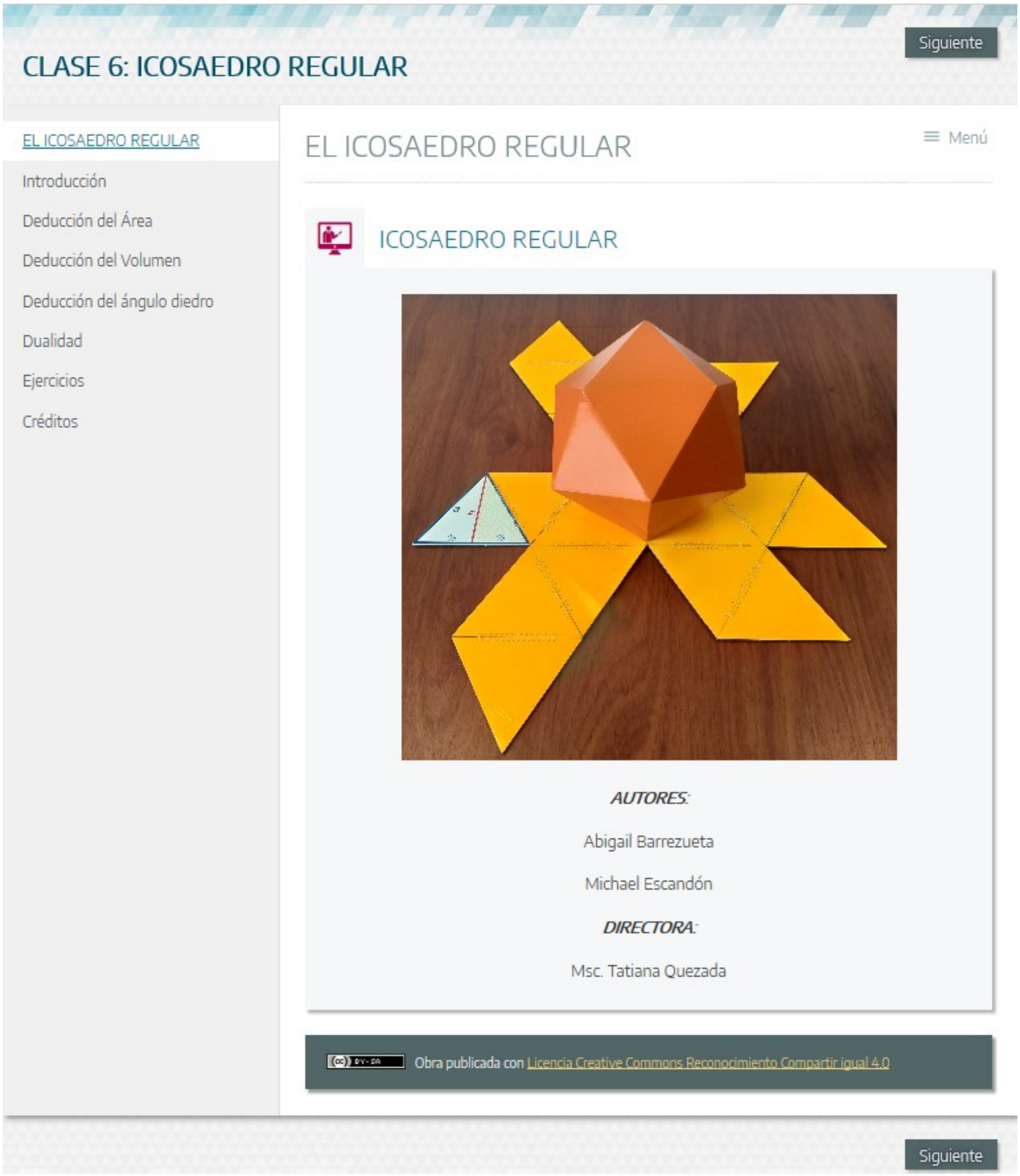
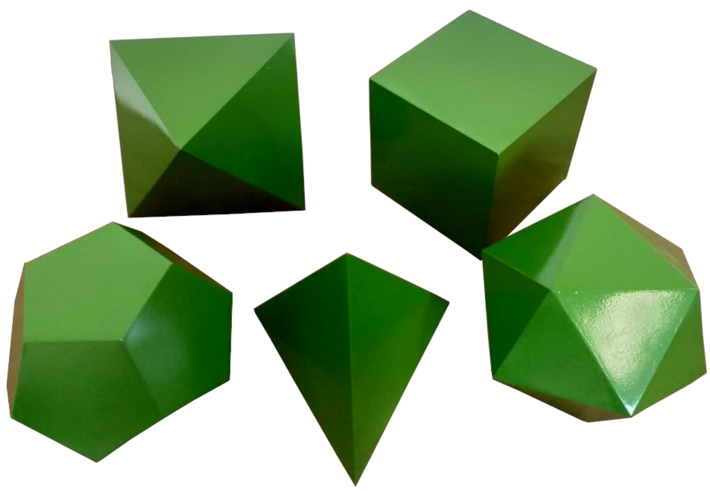


Imagen 5.10.

***Fuente:** Autoría propia*



Clase N° 6

Icosaedro Regular

Objetivo:

- Deducir las fórmulas del área y volumen del icosaedro regular con el uso de un objeto de aprendizaje
- Aplicar dichas fórmulas en la resolución de ejercicios contextualizados.

Introducción:

Esta clase está centrada en la obtención de las ecuaciones correspondientes al área y volumen del icosaedro regular mediante el uso de Objeto de Aprendizaje.

Para el desarrollo de esta clase se sugiere al docente hacer uso de la estrategia didáctica " **Aula Invertida**"

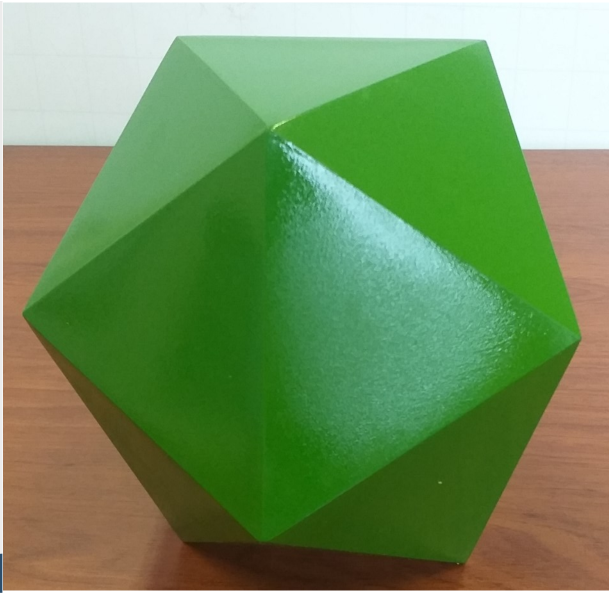


Imagen 6.1.

Fuente: *Autoría propia*

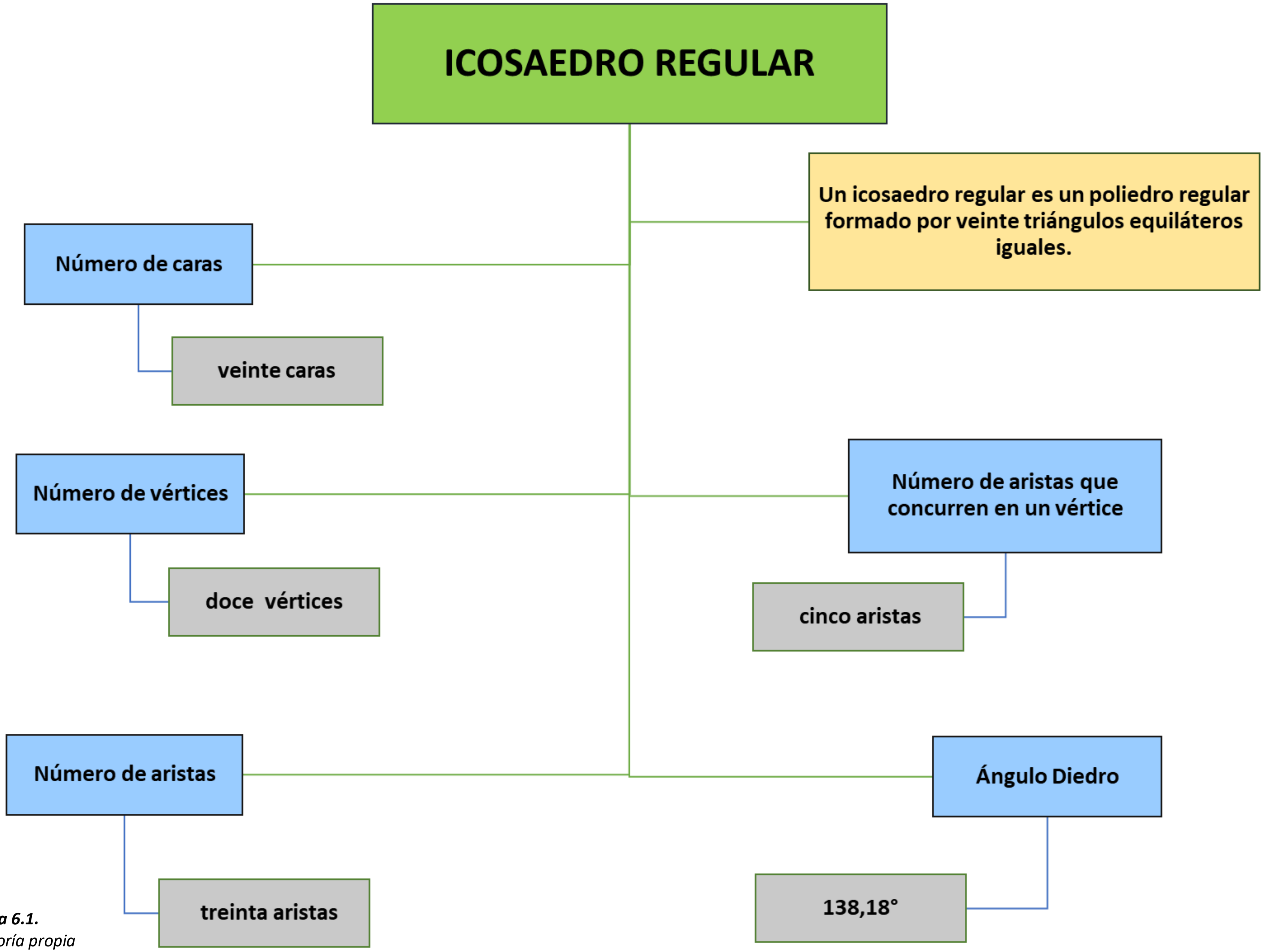


Figura 6.1.

Fuente: *Autoría propia*

Anticipación

Tiempo sugerido: **30 minutos**

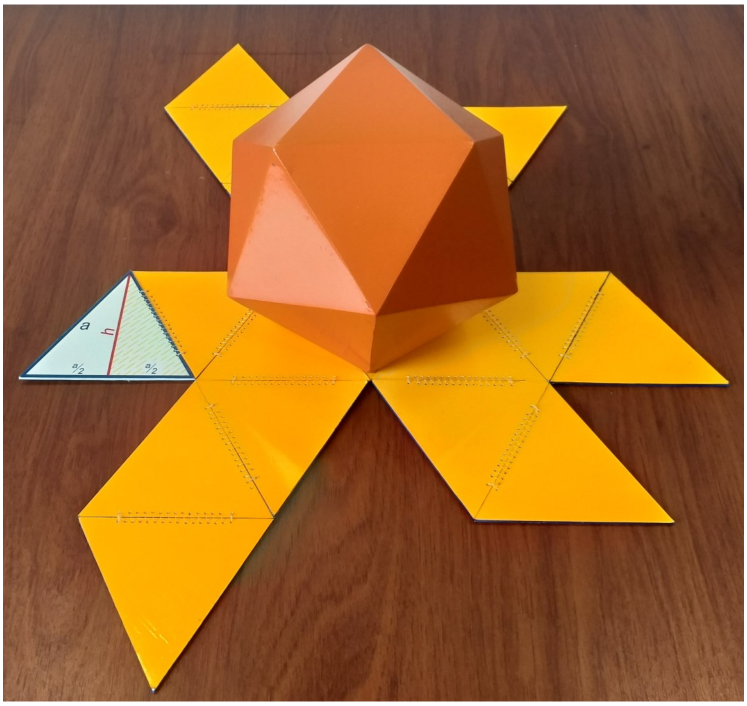
A **La clase anterior, como tarea en casa, se envió revisar un Objeto de aprendizaje acerca del icosaedro regular, en el cual contenía la demostración de las formulas de área y volumen del sólido, la deducción del ángulo diedro mediante videos e imágenes y software para facilitar la explicación. A demás, se presenta un grupo de ejercicios para reforzar lo aprendido.**

El objeto de aprendizaje, para su acceso oportuno, ha sido transcrito a esta guía didáctica, aclarando que algunos recursos solo están disponibles en la versión digital que lo puede encontrar en el siguiente enlace.

Link: http://bit.ly/OA-1co

OBJETO DE APRENDIZAJE

ICOSAEDRO REGULAR



AUTORES:

Abigail Barrezueta

Michael Escandón

Directora:

Msc. Tatiana Quezada

CARACTERÍSTICAS

DEFINICIÓN

El ICOSAEDRO REGULAR es un poliedro regular formado por 20 triángulos equiláteros.

CARACTERÍSTICAS	DESCRIPCIÓN
Número de caras	20
Número de vértices	12
Número de aristas	30
Número de aristas que concurren en un vértice	5
Polígono que conforma las caras	Triángulo equilátero

Deducción del Área

ÁREA DEL ICOSAEDRO REGULAR

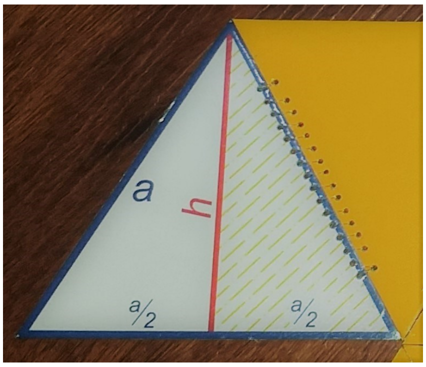
DEDUCCIÓN DE LA FÓRMULA DEL ÁREA

Para demostrar el área del icosaedro hay que considerar que todas las caras son iguales y por ende, al encontrar el área de una sola cara ya se puede encontrar el área en su totalidad.

• Se sabe que el área del triángulo está dada por la fórmula:

$$S = \frac{base \times altura}{2}$$

• Se analiza una cara del icosaedro, se procede a encontrar el valor desconocido de la altura "***h***" en función de la arista "***a***"



• Para esto, hay que aplicar el concepto de la hipotenusa de Pitágoras.

$$(Cateto\ 1)^2 + (Cateto\ 2)^2 = (Hipotenusa)^2$$

$$\left(\frac{a}{2}\right)^2 + h^2 = a^2$$

$$h^2 = a^2 - \frac{a^2}{4}$$

$$h^2 = \frac{3a^2}{4}$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

• A continuación, se encuentra el área de dicho triangulo sustituyendo los datos conocidos.

$$base = arista = a$$

$$altura = h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$S_\Delta = \frac{base \times altura}{2}$$

$$S_\Delta = \frac{a \times \frac{a\sqrt{3}}{2}}{2}$$

$$S_\Delta = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

- Una vez conocida el área de una cara, solo queda multiplicar por el total de caras y encontrar el área del icosaedro.

$$S = N_{caras} \times S_{\Delta}$$

$$S = 20 \times \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$\boxed{S = a^2 5\sqrt{3}}$$

Deducción del Volumen

VOLUMEN DEL ICOSAEDRO REGULAR

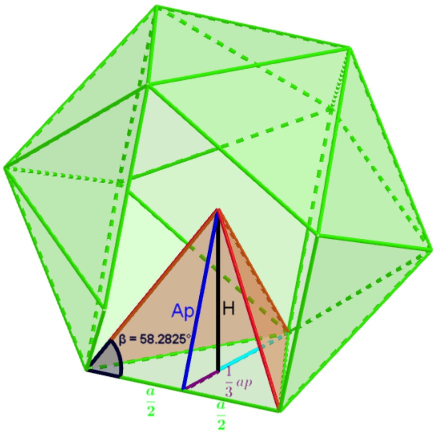
DEDUCCIÓN DE LA FÓRMULA DEL VOLUMEN

- Para deducir la fórmula del volumen del icosaedro, primero se recomienda observar el siguiente video.

Volumen del Icosaedro Regular

Autoría propia. *Volumen del Icosaedro* (CC0)

- El icosaedro se descompone en 20 pirámides idénticas, así que para deducir el volumen total se debe encontrar el volumen de una pirámide que lo conforma y multiplicar por el total.



$$V = 20 \times V_{pirámide}$$

- Para esto, hay que recordar la fórmula del volumen de una pirámide.

$$V_{pirámide} = \frac{1}{3}(S_{base} \times H)$$

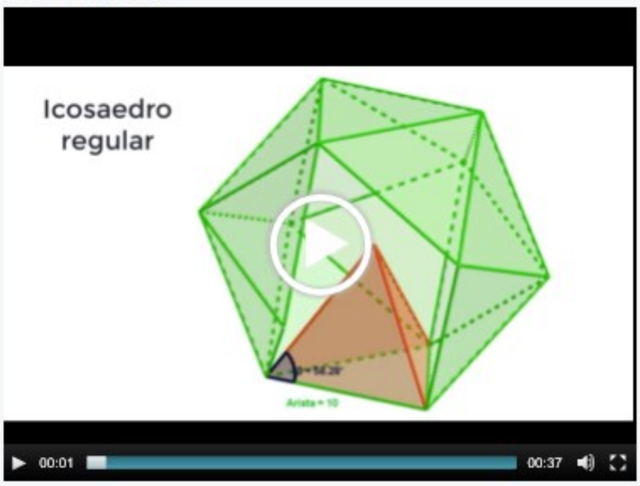
- La cara del icosaedro es la base de las pirámide internas del icosaedro, entonces el área obtenida anteriormente es el área de dicha base.

$$S_{\Delta} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = S_{base}$$

- A continuación, se debe encontrar elvalor de "H" para completar la fórmula del volumen, para esto nos ayudamos de los valores de "***Ap***" y "***ap***" en función de la arista "***a***".

Para ello, observar el siguiente video:

Análisis del ángulo



Autoría propia. *Ángulo* (CC0)

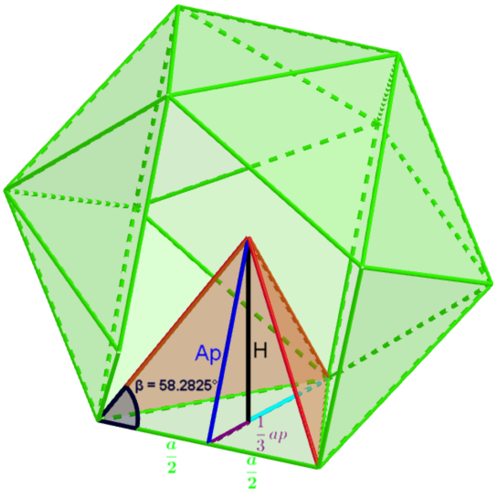
- Gracias al video anterior, con ayuda del Software *GeoGebra* se pudo obtener un valor constante en el análisis del Icosaedro regular. Dicho valor es el ángulo ***β***.

$$\beta = 58{,}2825°$$

- Además, gracias al análisis anterior del área, se conoce el valor de "***ap***"

$$altura = h = \frac{a\sqrt{3}}{2} = ap$$

- A continuación, se procede a obtener los valores faltantes.



- Con el ángulo ***β*** se procede a encontrar el valor de ***"Ap"*** *haciendo uso de la razón trigonométrica tangente.*

$$\tan\beta = \frac{cateto\ opuesto}{cateto\ adyascente}$$

$$\tan 58{,}2825 = \frac{Ap}{\frac{a}{2}}$$

$$Ap = \frac{a}{2}\tan 58{,}2825$$

- Ahora se encuentra el valor de ***"H"*** en el triángulo rectángulo de lados ***"Ap", "H", "1/3ap".*** Para esto se utiliza el teorema de la hipotenusa de Pitágoras

$$Ap^2 = H^2 + \left(\frac{1}{3}ap\right)^2$$

$$H = \sqrt{Ap^2 - \left(\frac{1}{3}ap\right)^2}$$

• Se sustituyen los valores conocidos.

$$H = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\tan 58{,}2825\right)^2 - \left[\frac{1}{3}\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)\right]^2}$$

$$H = \sqrt{\frac{a^2(\tan 58{,}2825)^2}{4} - \frac{1}{12}a^2}$$

$$H = a \times \sqrt{\frac{(\tan 58{,}2825)^2}{4} - \frac{1}{12}}$$

$$H = 0{,}7557a$$

• Una vez conocidos los valores de la superficie de la base y la altura de la pirámide que conforma el icosaedro, se encuentra el volumen de dicha pirámide.

$$V_{pirámide} = \frac{1}{3}(S_{base} \times H)$$

$$V_{pirámide} = \frac{1}{3}\left(\frac{a^2\sqrt{3}}{4} \times 0{,}7557a\right)$$

$$V_{pirámide} = 0{,}1091a^3$$

• Como se mencionó al inicio, con el volumen de una sola pirámide que conforma el icosaedro se puede encontrar el volumen de todo el sólido, entonces:

$$V = 20 \times V_{pirámide}$$

$$V = 20 \times 0{,}1091a^3$$

$$\boxed{V = 2{,}1817a^3}$$

Deducción del ángulo diedro

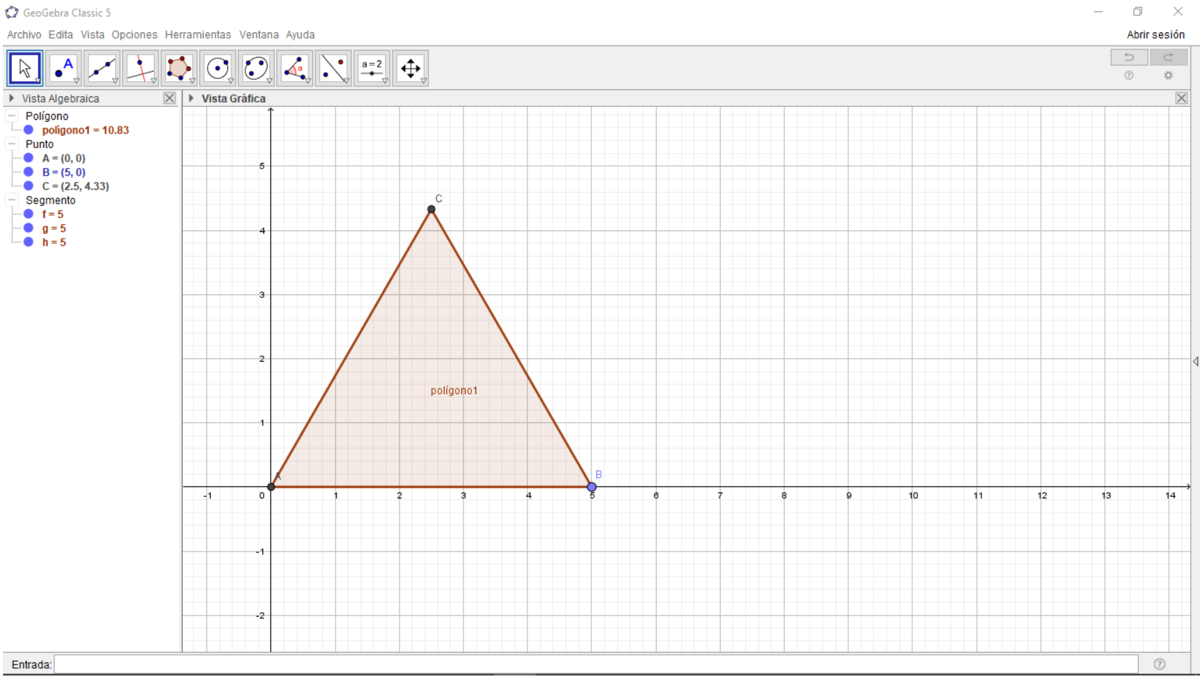
• En esta parte se encontrará el valor del ángulo diedro del icosaedro regular utilizando el software GeoGebra.

• Usted puede acceder a este programa mediante la instalación en su computadora personal o ingresando a la versión online:

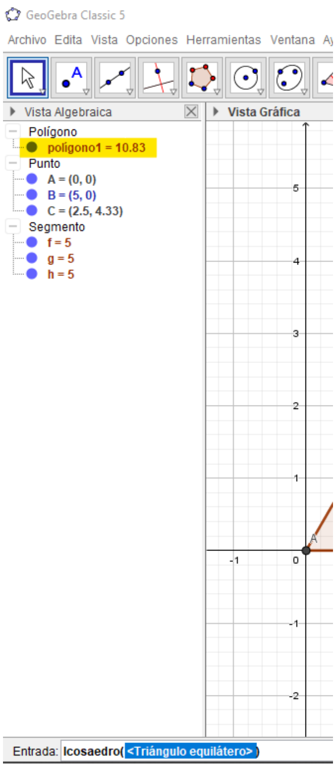
https://www.geogebra.org/classic

- Para encontrar el valor del ángulo diedro se indicará una serie de pasos que faciliten esta actividad.

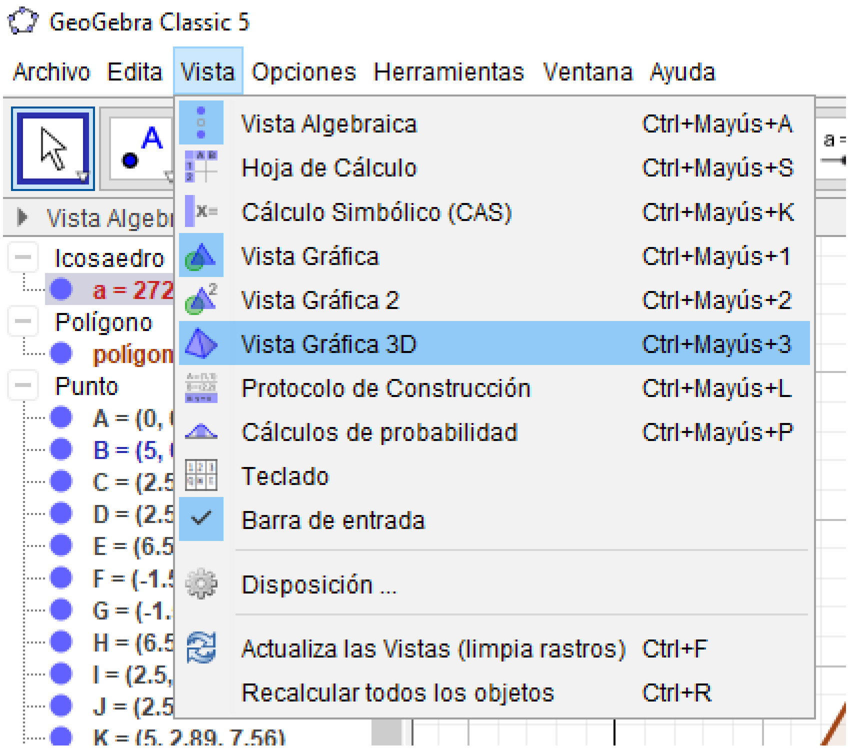
  - Ingrese al software GeoGebra, construya un polígono regular de 3 vértices.



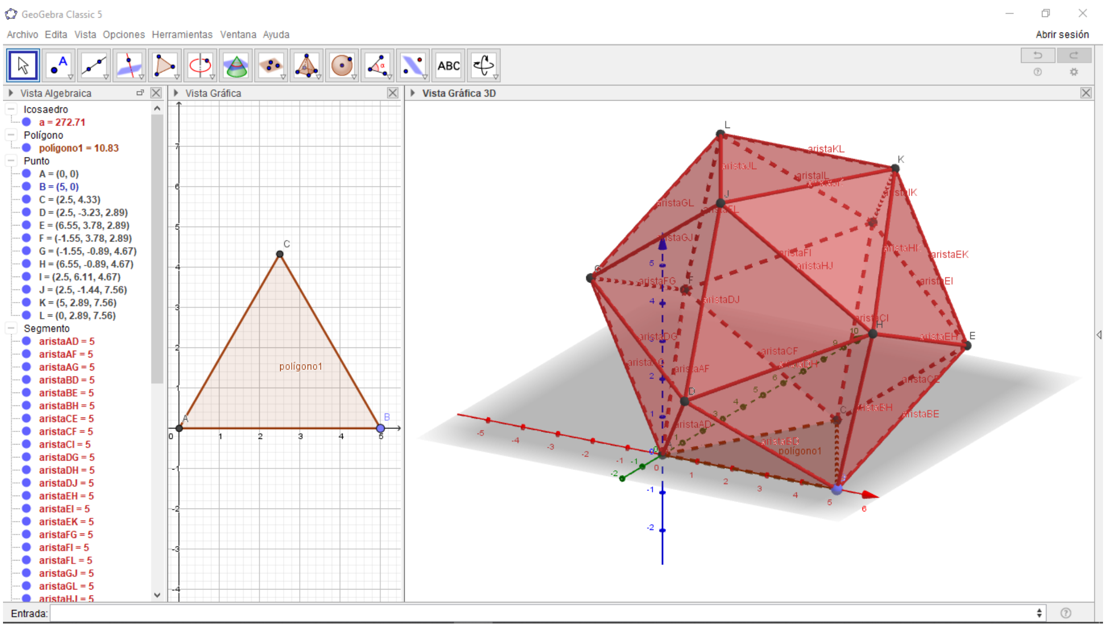
  - A continuación, en el campo de entrada ingrese la expresión *"Icosaedro(polígono1)"* para generar dicho poliedro regular.



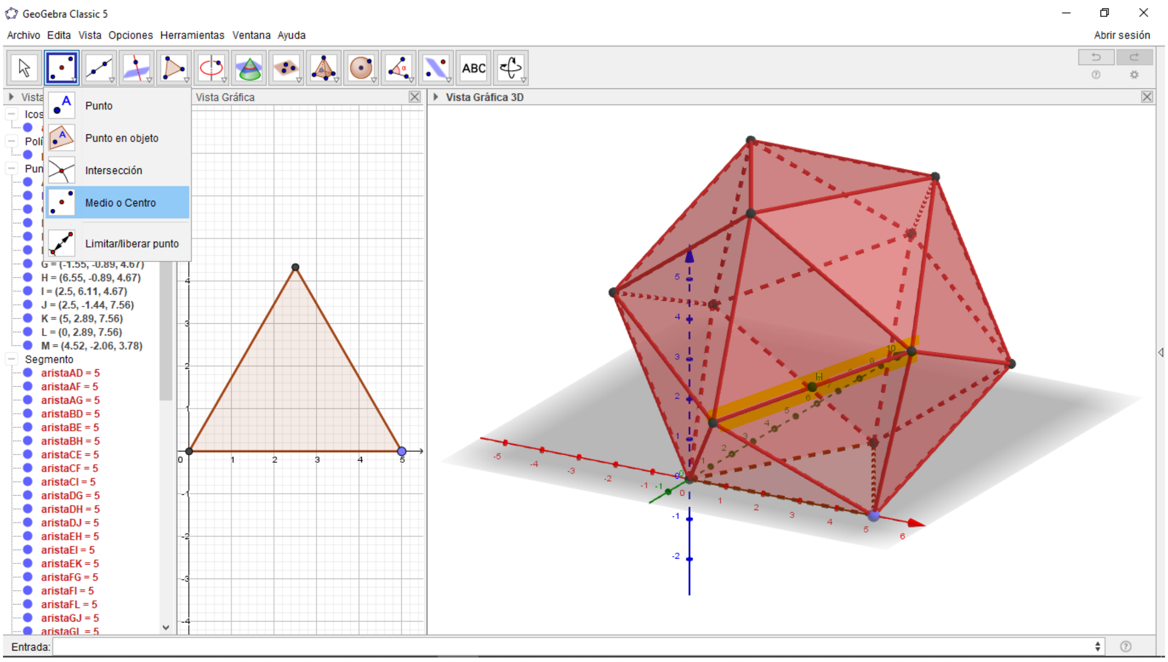
• Para visualizar el poliedro se debe activar la vista en 3D.



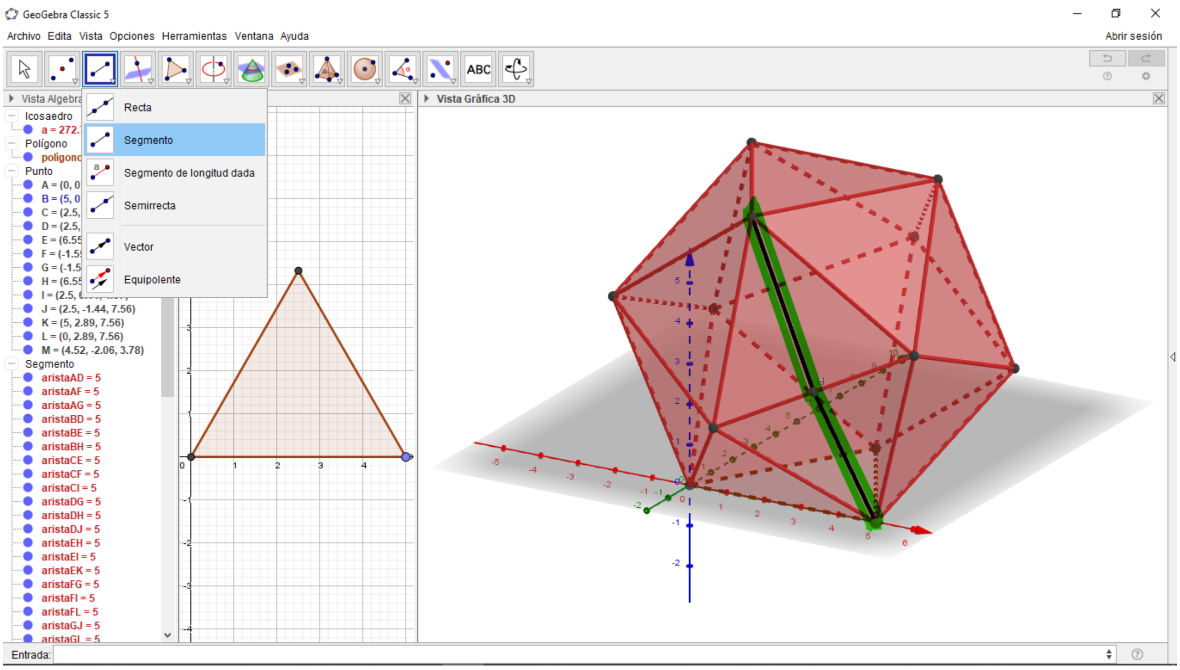
• Ahora ya se puede apreciar el icosaedro regular



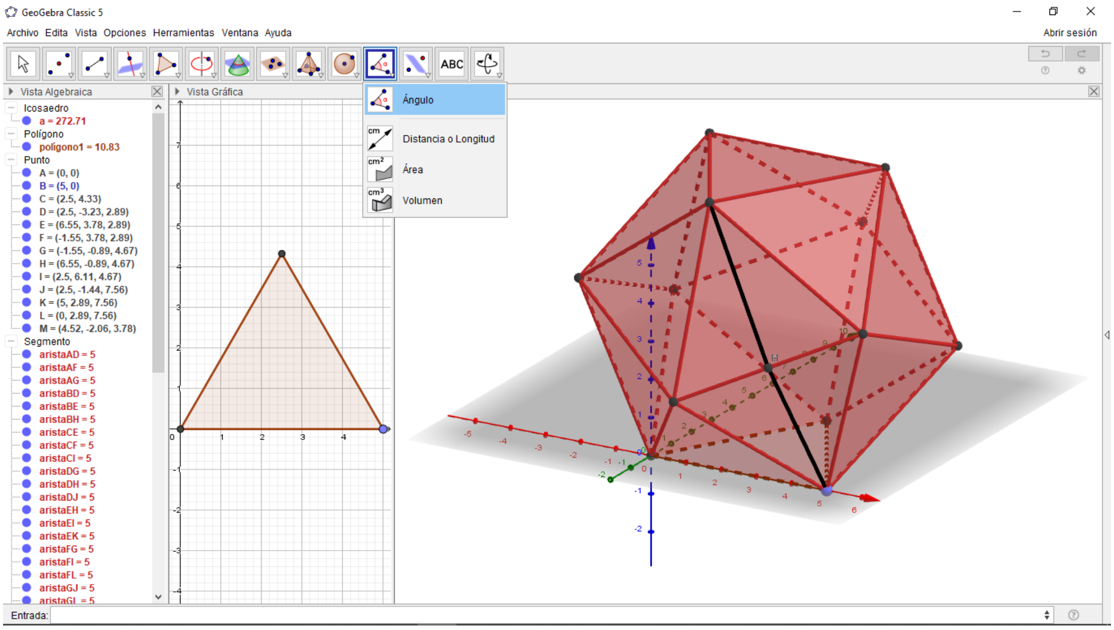
• Se recomienda quitar las etiquetas de todos los objetos graficados para que la vista sea más limpia. Luego se grafica el punto medio de uno de arista.



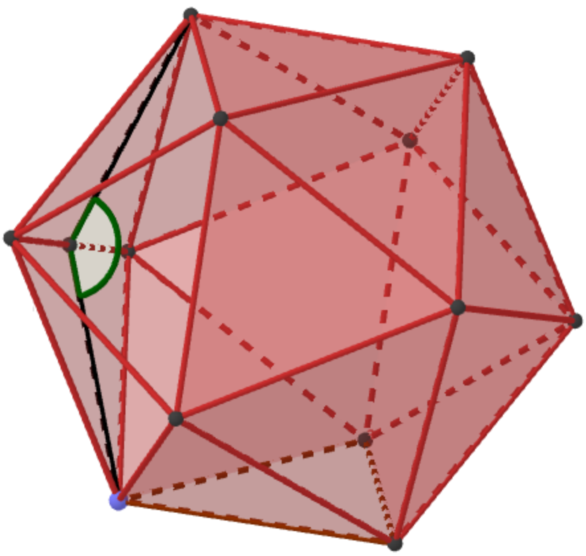
• En seguida se grafican segmentos que unan dicho punto medio con el vértice opuesto de las caras adyacentes a esa arista. Cabe recalcar que los segmentos trazados son perpendiculares al segmento arista por donde se intersecan.



- Se procede a medir el ángulo que forman los segmentos trazados. Ese ángulo será el ángulo diedro.



- Se gira la imagen para que se pueda apreciar de mejor manera el valor encontrado, se quitan los ejes y el plano; tenemos como resultado:



- Al encontrar el ángulo diedro entre dos caras, y sabiendo que el resto son idénticas entre sí, se concluye en general que el ángulo diedro del icosaedro regular tiene el valor de: ...*(Complete en su guía)*...

Dualidad

La dualidad es el fenómeno en que personas u objetos presentan dos naturalezas en sí mismas.

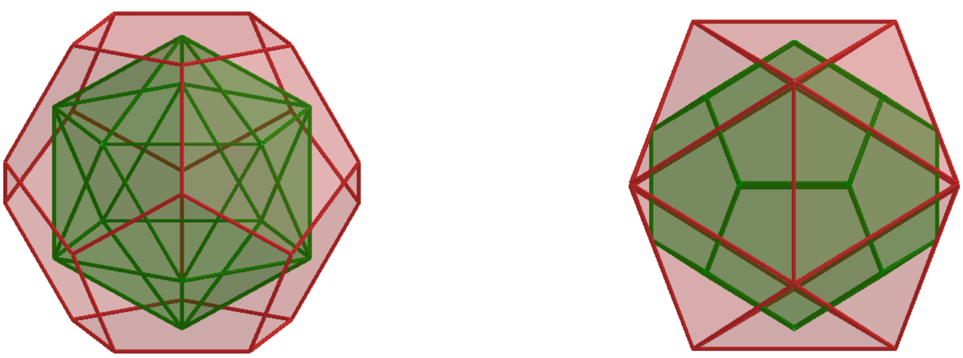
Dualidad en los poliedros regulares:

- Los poliedros regulares presentan el fenómeno de dualidad porque un poliedro regular puede contener en sí mismo a otro poliedro regular debido a que tienen características en común.
- El icosaedro y el dodecaedro regular son duales.
- La siguiente tabla muestra las características de estos sólidos.

SÓLIDO	NÚMERO DE CARAS	NÚMERO DE VÉRTICES	NÚMERO DE ARISTAS
Dodecaedro	12	20	30
Icosaedro	20	12	30

- De la tabla se observa que los dos sólidos tienen el mismo número de aristas, el número de caras del dodecaedro es igual al número de caras de icosaedro y el número de caras del icosaedro es el mismo que el número de vértices del dodecaedro.

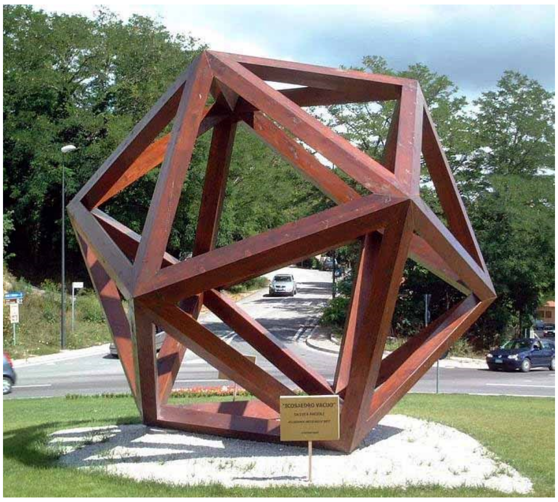
A continuación, observe las animaciones en donde se presenta la dualidad de estos dos sólidos y anote lo observado en su guía didáctica.



Ejercicios

Se proponen varios ejercicios para que los resuelva en su guía didáctica. Cualquier dificultad que tenga, no dude en preguntarle a su profesor.

- El monumento en honor al matemático Fra Luca Pacioli ubicado en Urbino, Italia tiene una altura de 3,50 m. Calcule las dimensiones de sus aristas, el área y el volumen que tendría el monumento si este fuera cerrado.

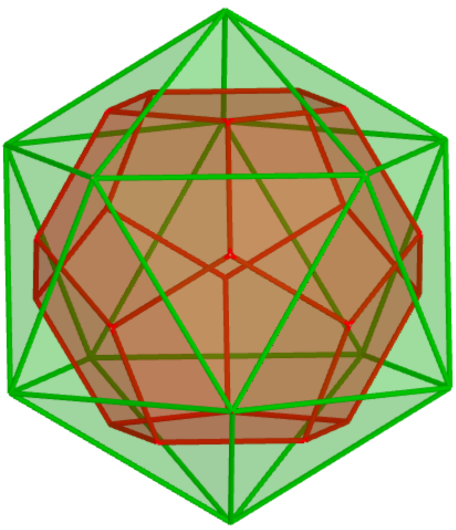


https://mateturismo.wordpress.com/2011/01/20/el-icosaedro-de-urbino/. *Icosaedro: homenaje al matemático Fra Luca Pacioli. Urbino, Italia.* (CC0)

Respuestas: *Longitud de la arista: 2,32 m.*

Área: 46,44 m²
Volumen: 27,09 m³

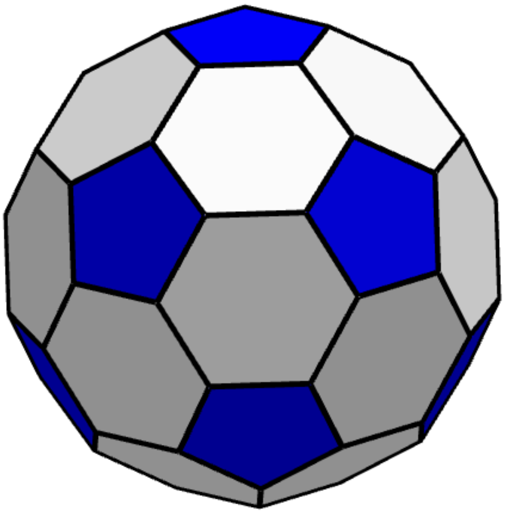
- En la imagen se presenta el icosaedro regular con su dual. Sabiendo que la arista del dodecaedro inscrito mide 10 cm, calcule la longitud de la arista del icosaedro y la diferencia de volumen entre los dos sólidos.



Respuestas: *Longitud de la arista del icosaedro regular: 18,54 cm*

Diferencia de volumen entre los dos sólidos: 6 242,75 cm³

- El balón de fútbol se forma truncando un icosaedro regular. Si el icosaedro regular medía 15 cm de lado, calcule el volumen del balón y la cantidad necesaria de cuero sintético para recubrirlo. Considere que los hexágonos y pentágonos que se forman luego del corte son regulares. (Las caras de color blanco forman parte de las caras originales del icosaedro mientras que las caras azules se forman a partir de los cortes.)



Respuestas: *Volumen: 6910,98 cm³*

Cantidad de cuero sintético: 1815,18 cm²

B **Se presenta la resolución de los ejercicios mostrados en el objeto de aprendizaje**

- El monumento en honor al matemático Fra Luca Pacioli ubicado en Urbino, Italia tiene una altura de 3,50 m. Calcule las dimensiones de sus aristas, el área y el volumen que tendría el monumento si este fuera cerrado.

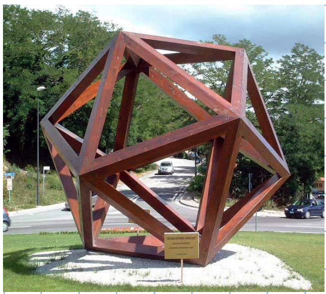


Imagen 6.2. "Monumento al matemático Fra Luca Pacioli"
Fuente: http://bit.ly/2oRMsD

DATOS:

$h = 3{,}50\ m \qquad h = 2h_{piramide}$

$h_{pirámide} = 1{,}75\ m$

A partir de la altura de la pirámide interna de base triangular, se puede calcular el valor de la arista, despejando lo necesario.

$$h_{pirámide} = 0{,}7557a$$

$$a = \frac{h_{pirámide}}{0{,}7557}$$

$$a = \frac{3{,}50}{0{,}7557}$$

$$a = 2{,}3157\ m$$

Una vez conocido el valor de la arista, se procede a usar las fórmulas del área y volumen del icosaedro.

Área del icosaedro regular:

$$S = 5\sqrt{3}a^2$$

$$S = 5\sqrt{3}(2{,}3157)^2$$

$$S = 46{,}44\ m^2$$

Volumen del icosaedro regular:

$$V = 2{,}1817a^3$$

$$V = 2{,}1817(2{,}3157)^3$$

$$V = 27{,}09\ m^3$$

Arista: ***2,32 m***

Área: ***46,44 m²***

Volumen: ***27,09 m³***

- En la imagen se presenta el icosaedro regular con su dual. Sabiendo que la arista del dodecaedro inscrito mide 10 cm, calcule la longitud de la arista del icosaedro y la diferencia de volumen entre los dos sólidos.

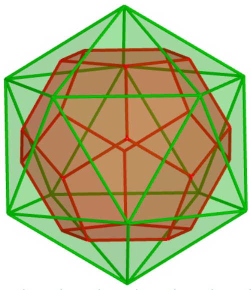
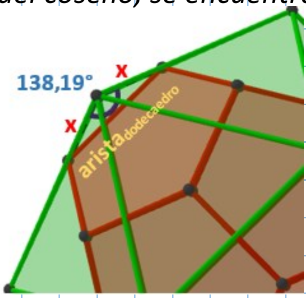


Figura 6.2.
Fuente: *Autoría propia*

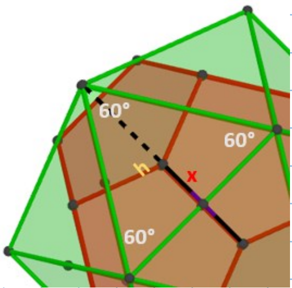
DATOS:

$$arista_{Dodecaedro} = 10\ cm$$
$$\measuredangle diedro_{Icosaedro} = 138{,}19°$$

Los vértices del dodecaedro coinciden en el baricentro de las caras del icosaedro, con ayuda del ángulo diedro, haciendo uso de la ley del coseno, se encuentra el valor ***x*** *tenemos:*



$$10^2 = x^2 + x^2 - 2xx\cos 138{,}19°$$
$$x = \sqrt{\frac{10^2}{2 - 2\cos 138{,}19}}$$
$$x = 5{,}352\ cm$$



Observando desde la parte superior se aprecia el triangulo equilátero de lados de color verde.
El baricentro se encuentra a h/3 desde la base

$$x = \frac{1}{3}h$$
$$h = 3(5{,}352)$$
$$h = 16{,}057\ cm$$

$$\sin 60° = \frac{h}{a} = \frac{16{,}057}{a}$$
$$a_{Icosaedro} = 18{,}541\ cm$$

A continuación, se calcula la diferencia de volumen entre el icosaedro y el dodecaedro:

$$Diferencia\ de\ Volumen = V_{Icosaedro} - V_{Dodecaedro}$$

$$V_{Icosaedro} = 2{,}1817a^3 \qquad V_{Dodecaedro} = 7{,}663a^3$$
$$V_{Icosaedro} = 2{,}1817(18{,}541)^3 \qquad V_{Dodecaedro} = 7{,}663(10)^3$$
$$V_{Icosaedro} = 13\,905{,}75\ cm^3 \qquad V_{Dodecaedro} = 7\,663\ cm^3$$

$$Diferencia\ de\ Volumen = 13\,905{,}75 - 7\,663$$
$$Diferencia\ de\ Volumen = 6\,242{,}75\ cm^3$$

Arista del icosaedro: ***18,54 cm***

Diferencia de volumen: ***6 242,75 cm^3***

- El balón de fútbol se forma truncando un icosaedro regular. Si el icosaedro regular medía 15 cm de lado, calcule el volumen del balón y la cantidad necesaria de cuero sintético para recubrirlo. Considere que los hexágonos y pentágonos que se forman luego del corte son regulares. (Las caras de color blanco forman parte de las caras originales del icosaedro mientras que las caras azules se forman a partir de los cortes.)

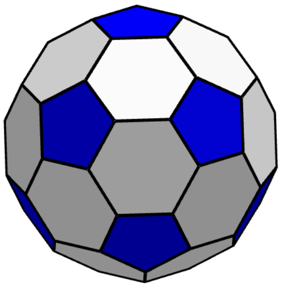
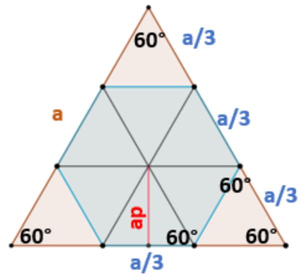


Figura 6.3.
Fuente: *Autoría propia*

DATOS:

$$a_{icosaedro} = 15\ cm$$

Centrándose en una cara del icosaedro, se analiza la forma de obtener un hexágono regular y que con el corte respectivo se logre pentágono regular.



De este modo, el lado del hexágono mide:

$$l = \frac{a}{3} = 5\ cm$$

A partir del lado, se puede encontrar el área de todas las caras hexagonales que son 20 al igual que el número de caras del icosaedro:

$$\tan 60° = \frac{ap_{hexágono}}{2{,}5}$$

$$ap_{hexágono} = 4{,}330\ cm$$

$$S_{Polígono} = \frac{perímetro \times apotema}{2}$$

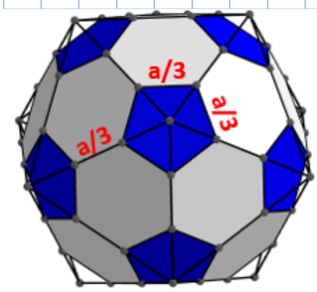
$$S_{hexágono} = \frac{(5 \times 6) \times 4{,}330}{2} = 64{,}952\ cm^2$$

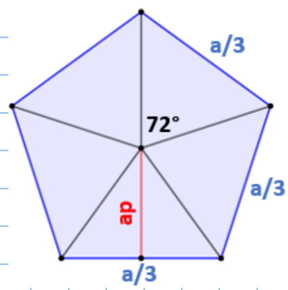
$$S_{Total\ Hexagonos} = S_{hexágono} \times \#_{hexágonos}$$

$$S_{Total\ Hexagonos} = 64{,}952 \times 20$$

$$S_{Total\ Hexagonos} = 1\ 299{,}038\ cm^2$$

A continuación, se debe calcular el área de los pentágonos que se forman al realizar el corte. Estos son 12 al igual que el número de vértices:





$$\tan 36° = \frac{2{,}5}{ap_{pentágono}}$$

$$ap_{pentágono} = 3{,}441\ cm$$

$$S_{pentágono} = \frac{(5 \times 5) \times 3{,}441}{2} = 43{,}012\ cm^2$$

$$S_{total\ pentágonos} = S_{pentágono} \times \#_{pentágonos}$$

$$S_{total\ pentágonos} = 43{,}012 \times 12 = 516{,}143\ cm^2$$

Se suman las áreas encontradas del total de hexágonos y pentágonos para encontrar la solución.

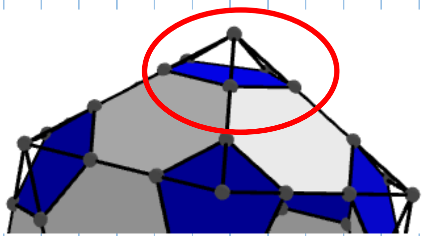
$$S_{total} = S_{total\ hexágonos} + S_{total\ pentágonos}$$

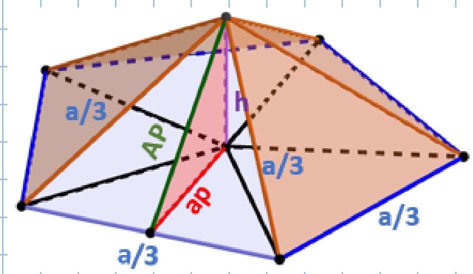
$$S_{total} = 1\,299{,}038 + 516{,}143$$

$$S_{total} = 1\,815{,}18\ cm^2$$

Ahora, para encontrar el volumen del balón, se debe encontrar el volumen total del icosaedro y restar el volumen de las partes retiradas.

Primero se va a encontrar el volumen de las partes retiradas, estas partes son pirámides de base pentagonal





$$\frac{a}{3} = 5\ cm$$

Utilizando el teorema de la hipotenusa de Pitágoras se encuentra el valor de AP :

$$AP_{pirámide} = \sqrt{5^2 + 2{,}5^2}$$

$$AP_{pirámide} = 4{,}330\ cm$$

Con este valor se puede encontrar la altura de la pirámide :

$$h_{pirámide} = \sqrt{AP_{pirámide}{}^2 - ap_{pentágono}{}^2}$$

$$h_{pirámide} = \sqrt{4{,}330^2 - 3{,}441^2}$$

$$h_{pirámide} = 2{,}629\ cm$$

Con el valor de la altura y el área de la base de la pirámide ya conocidos se procede a calcular su volumen y del mismo modo se encuentra el volumen total retirado pues son 12 las pirámides formadas de las 12 caras pentagonales

$$V_{pirámide} = \frac{1}{3}(S_b \times h)$$

$$V_{pirámide} = \frac{1}{3}(43{,}012 \times 2{,}629)$$

$$V_{pirámide} = 37{,}688\ cm^3$$

$$V_{retirado} = V_{pirámide} \times Total_{pirámides}$$

$$V_{retirado} = 37{,}688 \times 12$$

$$V_{retirado} = 452{,}254\ cm^3$$

Ahora falta calcular el volumen total del icosaedro regular:

$$V_{icosaedro} = 2{,}1817a^3$$

$$V_{icosaedro} = 2{,}1817(15)^3$$

$$V_{icosaedro} = 7\ 363{,}238\ cm^3$$

Conocidos los valores de volumen del icosaedro y el retirado, se realiza la respectiva resta para hallar el volumen del balón

$$V_{balón} = V_{icosaedro} - V_{retirado}$$

$$V_{balón} = 7\ 363{,}238 - 452{,}254$$

$$V_{balón} = 6\ 910{,}98\ cm^3$$

Cantidad de cuero sintético:

1 815,18 cm²

Volumen del balón:

6 910,98 cm³

C **En base al Objeto de Aprendizaje que los alumnos revisaron en sus casas; en el aula de clase puede hacer las siguientes preguntas, estas a su vez el estudiante ya las tiene llenadas en su guía didáctica.**

GUÍA ESTUDIANTE—RESUELTO (*Anticipación*)

1 **Conteste las siguientes interrogantes:**

- ¿En qué polígono se descompone el poliedro para deducir su área?

  Se descompone en triángulos equiláteros

- ¿Cuál es el área de un triángulo equilátero de lado a?

$$S_{\Delta} = \frac{s^2\sqrt{3}}{4}$$

- ¿Cuál es el área del poliedro regular?

$$S = a^2 5\sqrt{3}$$

- Al momento de deducir la formula del volumen, ¿qué se recomienda hacer con el sólido?

Se recomienda descomponer al sólido en pirámides de base triangular.

- ¿Cuál es la fórmula del volumen de una sola pirámide que conforma el sólido? Y ¿Cuál es el volumen de icosaedro regular?

$$V = 0{,}1091a^3$$

$$V = 2{,}1817a^3$$

- ¿Cuál es el ángulo diedro del sólido?

138,19°

- ¿Cuál es el dual del icosaedro? ¿Por qué?

El dual es el dodecaedro y viceversa, estos poliedros son duales entre sí porque comparten ciertas características como igual número de aristas, el número de caras del icosaedro es igual al numero de vértices del dodecaedro y el número de caras del dodecaedro es igual al número de caras del icosaedro. Esto hace que uno de los sólidos se pueda inscribir en su dual.

Construcción

Tiempo sugerido: **1 hora**

D Luego, presente el set 4: caleidoscopio poliédrico del icosaedro. Coloque una de las pirámides en el interior del caleidoscopio y los estudiantes podrán pasar a observar la imagen que se forma.

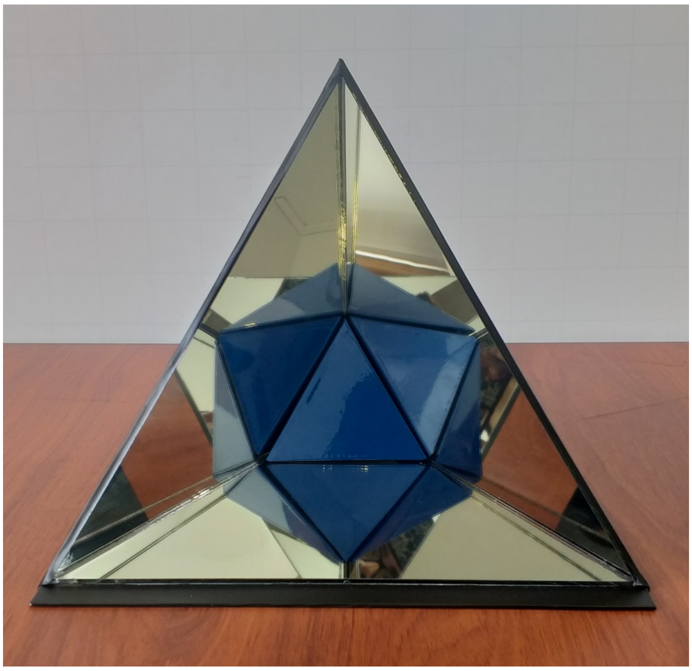


Imagen 6.3.
■ ***Fuente:*** *Autoría propia*

E Posteriormente realice un conversatorio relacionándolo con el Objeto de Aprendizaje, buscando responder las siguientes preguntas, las que cada estudiante llenará en su guía .

GUÍA ESTUDIANTE—RESUELTO (*Construcción*)

2 **Luego de realizar la actividad que involucre el caleidoscopio poliédrico, responda las siguientes preguntas:**

- ¿En qué consiste el caleidoscopio poliédrico?

Consiste en un juego de espejos que reflejan proyecciones y en conjunto forman un sólido.

- ¿Qué se observa al introducir la pirámide al colocar en el caleidoscopio?

Se observa que por medio de reflejos se forma un icosaedro.

•¿Cómo se relaciona el fenómeno observado con el video del volumen del icosaedro regular visto en el O.A?

En el video, el icosaedro se descomponía en pirámides y luego volvía a la normalidad, ahora con el caleidoscopio, a partir de una sola pirámide se forma el icosaedro.

Consolidación

Tiempo sugerido: 30 minutos

F **A continuación, en base al icosaedro regular virtual que se formó con ayuda de caleidoscopio, se propone que los estudiantes resuelvan el ejercicio de área y volumen con las dimensiones de la pirámide que elijan.**

GUÍA ESTUDIANTE—RESUELTO (*Consolidación*)

3 **Trabaje con las pirámides que utilizó en el caleidoscopio poliédrico, y determine el área y volumen del icosaedro regular.**

•¿Qué dimensión tiene la arista del poliedro virtual?

10 cm

•¿Cuál es el área total del icosaedro virtual?

Dato: arista=10 cm

$$S = a^2 5\sqrt{3}$$

$$S = 10^2 5\sqrt{3}$$

$$\boxed{S = 866{,}025\ cm^2}$$

• ¿Cuánto es el área física y el área virtual del icosaedro formado por el caleidoscopio?

1 cara representa lo físico.

$$S_\Delta = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$S_\Delta = \frac{10^2\sqrt{3}}{4}$$

$$\boxed{S_\Delta = 43{,}301\ cm^2}$$

19 caras representan lo virtual.

$$S_{virtual} = 43{,}301\ cm^2 \times 19$$

$$\boxed{S_{virtual} = 822{,}724\ cm^2}$$

- ¿Cuál es el volumen del icosaedro regular virtual?

$$V = 2{,}1817a^3$$

$$V = 2{,}1817(10)^3$$

$$V = 2181{,}7\ cm^3$$

BIBLIOGRAFÍA

Condemarín, M. (2000). *Estrategias de enseñanza para activar los sistemas cognitivos de los estudiantes.* Lectura y vida, 21(2), 26-36.

Instituto Internacional de Planeamiento de la Educación (2000). *Diez módulos destinados a los responsables de los procesos de transformación educativa: Trabajo en equipo.* Buenos Aires, Argentina: UNESCO. Recuperado de: http://eduteka.icesi.edu.co/gp/upload/modulo09.pdf

Merla, A. & Yáñez, C. (2016). El aula invertida como estrategia para la mejora del rendimiento académico. *Revista mexicana de bachillerato a distancia*, *8*(16), 68-78.

Olfos, R. & Villagrán, E. (2001). Actividades lúdicas y juegos en la iniciación al álgebra. *Revista Integra*, *5*, 39-50.

Parra, D. (2003). *Manual de estrategias de enseñanza/aprendizaje.* Medellín, Colombia: Servicio Nacional de Aprendizaje.

Siso, J. (2012). *Técnica de la pregunta*. Universidad Pedagógica Experimental Libertador: Venezuela. Recuperado de: https://educrea.cl/wp-content/uploads/2016/02/DOC-tecnica_de_la_pregunta.pdf

LINCOGRAFÍA

http://bit.ly/plantillas-regulares

http://bit.ly/2Vrv5RC

http://bit.ly/5PoLiedros

http://bit.ly/2Tk1q19

http://bit.ly/2T3nuam

http://bit.ly/3bUTvIT

http://bit.ly/2L4uq9

http://bit.ly/2SHyGJz

http://bit.ly/38L6R8y

https://pin.it/7rkueypkgzkyjs

http://bit.ly/2PVPR3

http://bit.ly/2HNmWyN

http://bit.ly/384Vuas

http://bit.ly/2HRs993

http://bit.ly/38pZEd

https://definiciona.com/dodecaedro/

https://plazacielotierra.org

http://bit.ly/Objeto-ICO

http://bit.ly/2oRMsD

“Nunca consideres el estudio como una obligación, sino como una oportunidad para penetrar en el bello y maravilloso mundo del saber”

Albert Einstein

Esta guía didáctica forma parte del trabajo “**Estrategia metodológica para la enseñanza de Poliedros regulares en Geometría plana y del espacio”**

Trabajo de titulación previo a la obtención del Título de Licenciados en Ciencias de la Educación en Matemáticas y Física

AUTORES:

Eulalia Abigail Barrezueta Nieves

abigail.barrezueta95@gmail.com

Michael Joseph Escandón Jordán

michael.escandon@outlook.com

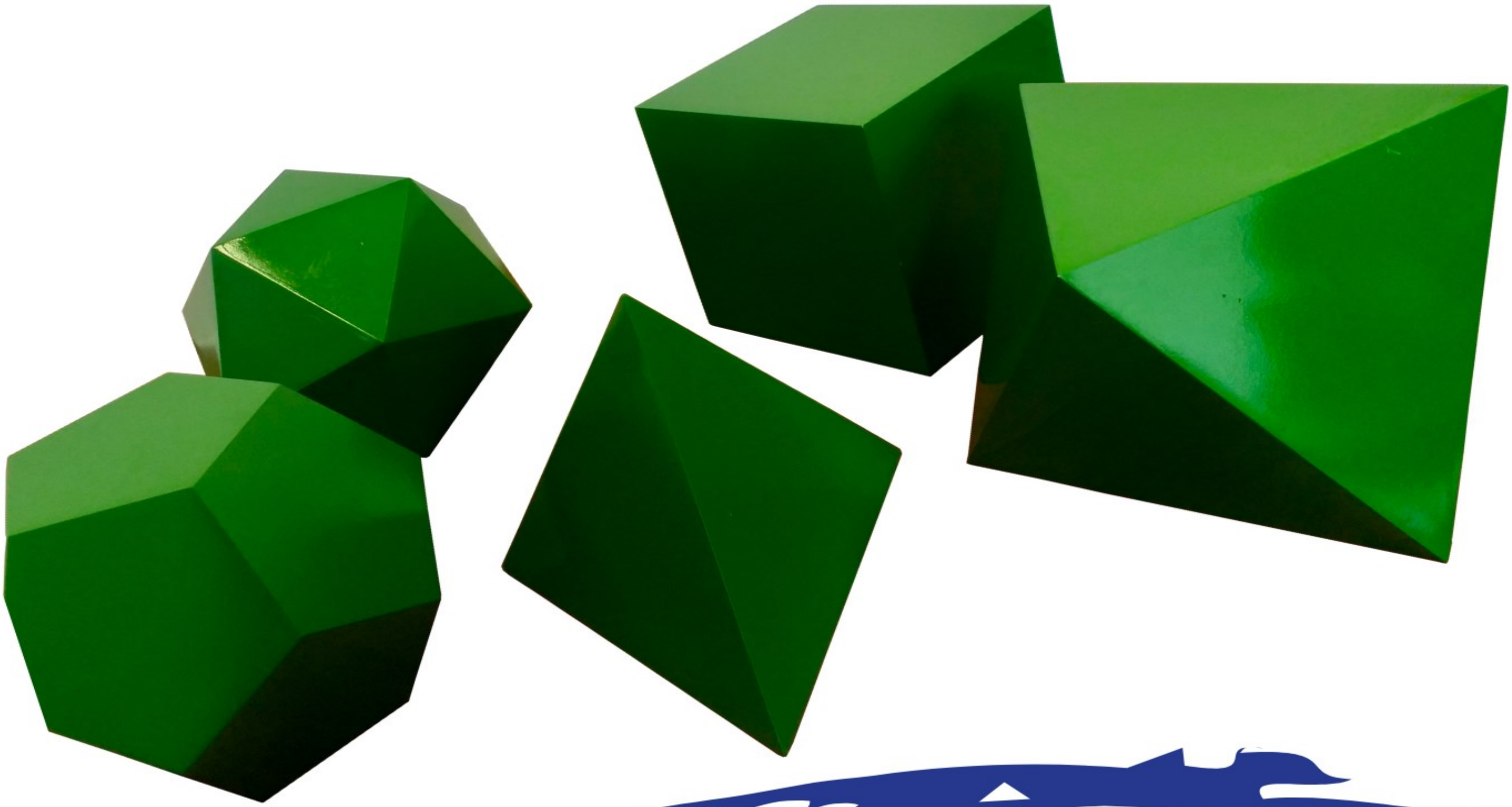
DIRECTORA:

Msc. Tatiana Gabriela Quezada Matute

Universidad de Cuenca

Carrera de Matemáticas y Física

2020



POLIEDROS REGULARES

GEOMETRÍA PLANA Y DEL ESPACIO

GUÍA ESTUDIANTE

EULALIA ABIGAIL BARREZUETA NIEVES
MICHAEL JOSEPH ESCANDÓN JORDÁN

POLIEDROS REGULARES
GUÍA ESTUDIANTE

Escrita e ilustrada por:

Eulalia Abigail Barrezueta Nieves

Michael Joseph Escandón Jordán

Directora:

Msc. Tatiana Gabriela Quezada Matute

Universidad de Cuenca

Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación

Carrera de Matemáticas y Física

Cuenca – Ecuador

2020

PRESENTACIÓN

Esta guía es un material didáctico dirigido para el estudiante, en el que se desarrolla actividades constructivistas acerca de temas relacionados con los Poliedros Regulares.

Este texto incluye seis clases, cada una de ellas basadas en desarrollo de fórmulas como área, volumen; y problemas contextualizados de los distintos Poliedros Regulares, haciendo uso de material concreto, videos educativos, software, etc.

El propósito principal de esta guía es propiciar en el estudiante un papel activo en el proceso de aprendizaje, siendo así el constructor de su propio conocimiento ,claro está, con la guía del docente.

ÍNDICE

CLASE 1

INTRODUCCIÓN A LOS CUERPOS GEOMÉTRICOS

Imagen 1.1.
■ ***Fuente:*** *Autoría propia*

1 **Conteste las siguientes preguntas:**

- ¿Indique el nombre de los sólidos asignados?

____

- Con sus propias palabras, describa ¿qué es un sólido?

____

____

____

- ¿Qué distingue un sólido de otro?

____

____

____

- ¿Qué es una cara y cuántas caras tienen los sólidos asignados?

____

____

____

- ¿Qué es una arista y cuántas tiene?

____

____

____

- ¿Qué es un vértice y cuántos tienen?

____

____

____

2 **Clasifiquen los sólidos de acuerdo a sus características y semejanzas.** ***(Fotografíe o dibuje)***

Grupo 1:________________

Grupo 2:_________________

Grupo 3:________________

Grupo 4__________________

3 **Del grupo de poliedros regulares, responda las siguientes interrogantes:**

- ¿Cuántos poliedros regulares existen?

____

- ¿Qué características poseen sus caras?

____

- ¿Qué polígonos conforman los distintos poliedros regulares ?

____

Sabías que...

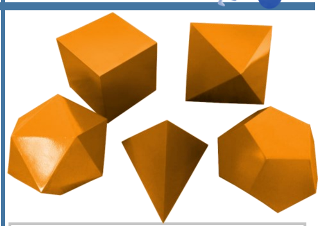


Imagen 1.2.
Fuente: *Autoría propia*

Los poliedros regulares cumplen la Ecuación de Euler: La suma del numero de vértices y caras es igual al número de aristas más dos.

V+C=A+2

Fuente: http://bit.ly/2Vrv5RC

- ¿Qué sucede en cada uno de los vértices de los distintos poliedros regulares?

____

____

- ¿Qué característica posee las aristas de estos sólidos?

____

____-

- Defina: ¿qué es un poliedro regular?

____

____-

4 **En las siguientes imágenes se presenta cada uno de los poliedros regulares. Nómbralos.**

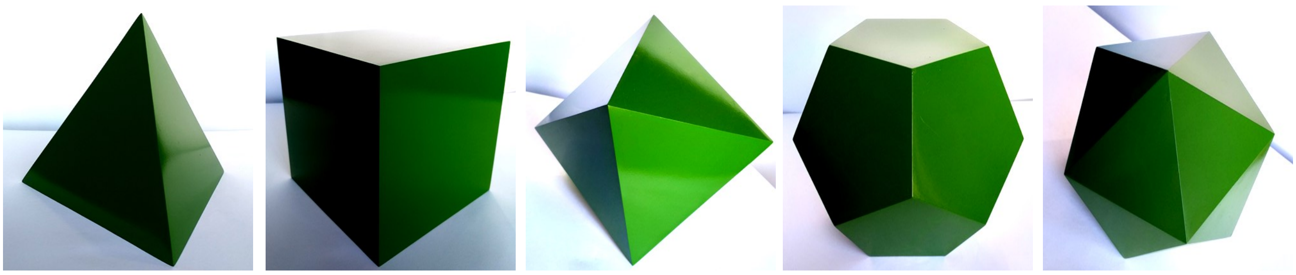


Imagen 1.3.
Fuente: Autoría propia

____________ ____________ ____________ ____________ ____________

5 **Complete la siguiente tabla:**

POLIEDROS REGULARES				
NOMBRE	POLÍGONO	NÚMERO DE CARAS	NÚMERO DE ARISTAS	NÚMERO DE VÉRTICES

6 **Fotografíe objetos de su localidad en donde se refleje los sólidos que se estudiaron en esta clase.**

7 **Verifique que los poliedros regulares cumpla la ecuación de Euler.**

$$V+C=A+2$$

8 **Describa, ¿por qué solo existe cinco poliedros regulares?**

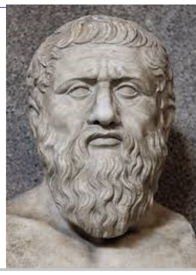


Imagen 1.4.
Fuente: http://bit.ly/2Tk1q19

PLATÓN (siglo IV a.C.)

Fue un filósofo griego quien es considerado la primera persona en descubrir y estudiar los 5 poliedros regulares.

 ACTIVIDAD EN CASA

9 **A continuación, se encuentran dos recortables que deberán ser armados y llevados para la siguiente clase.**

Link: http://bit.ly/pr1_p1ra

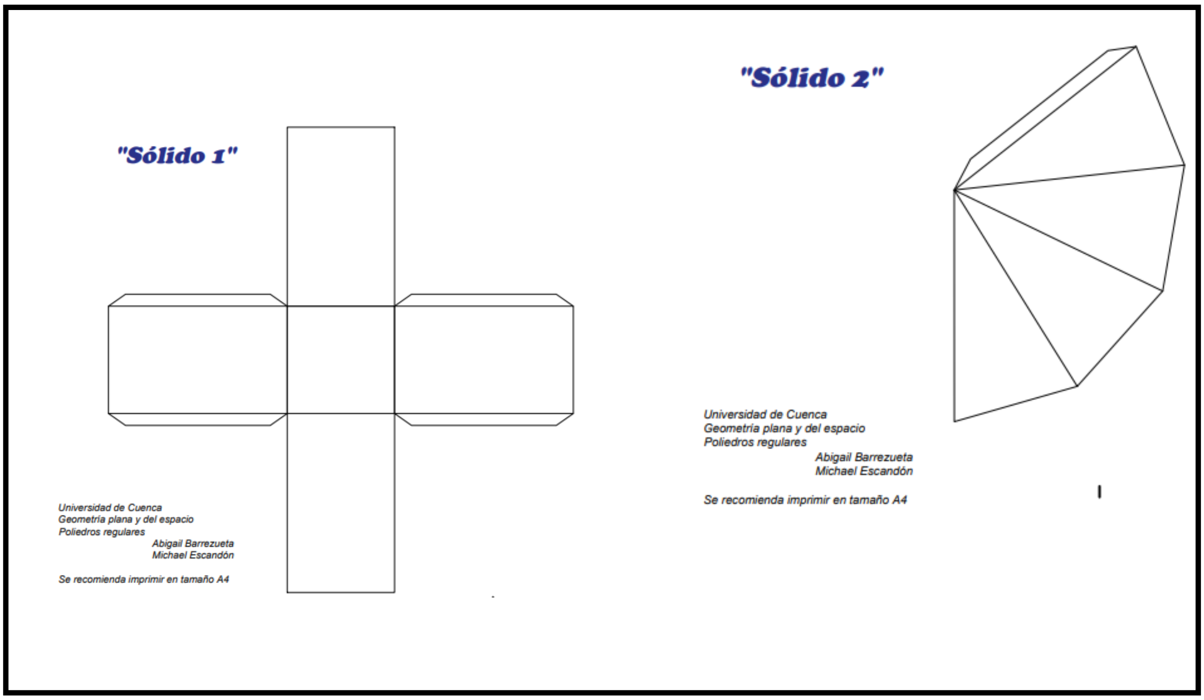


Figura 1.1.

■ ***Fuente:*** *Autoría propia*

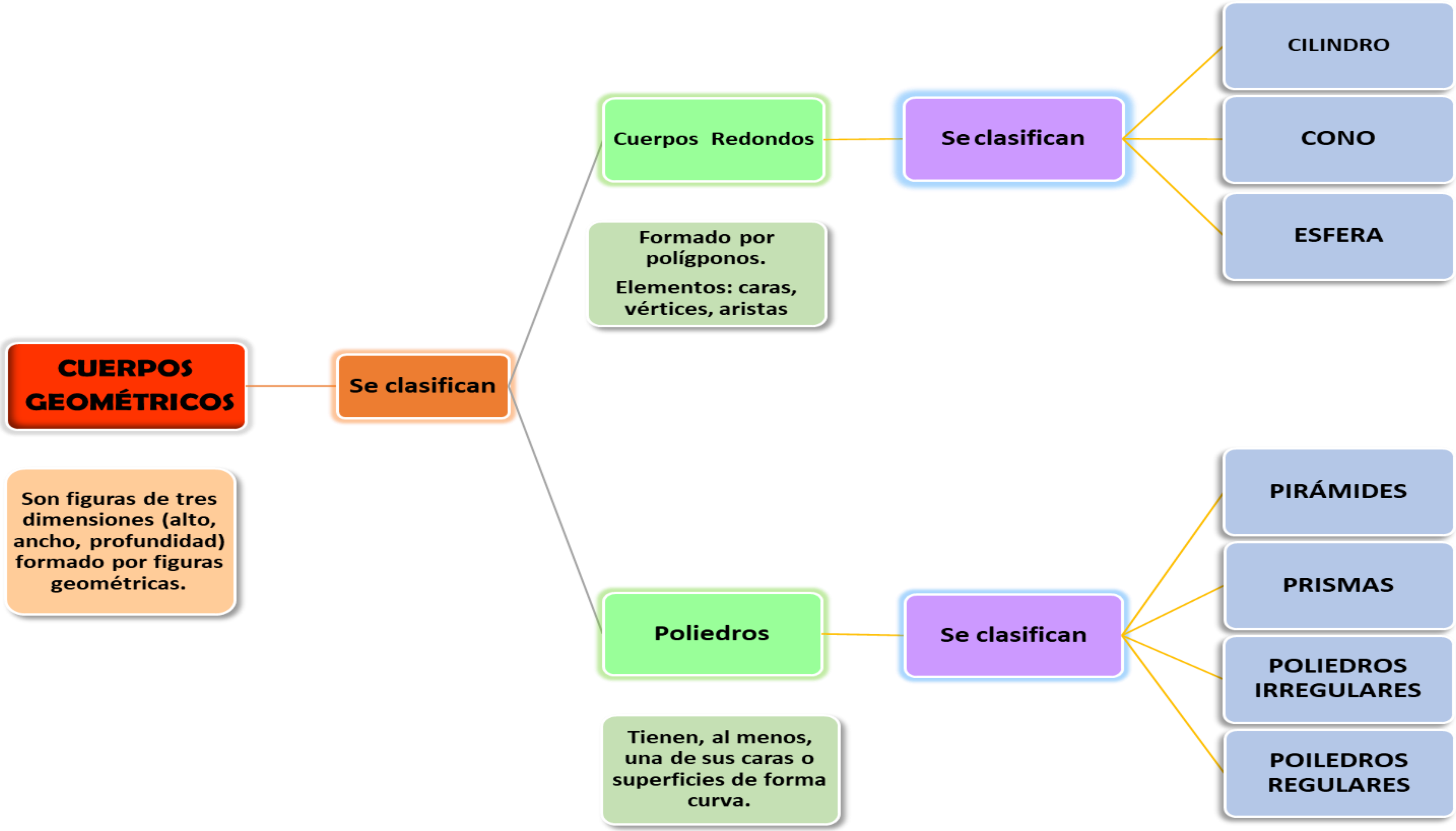


Figura 1.2.

Fuente: *Autoría propia*

CLASE 2

TETRAEDRO REGULAR

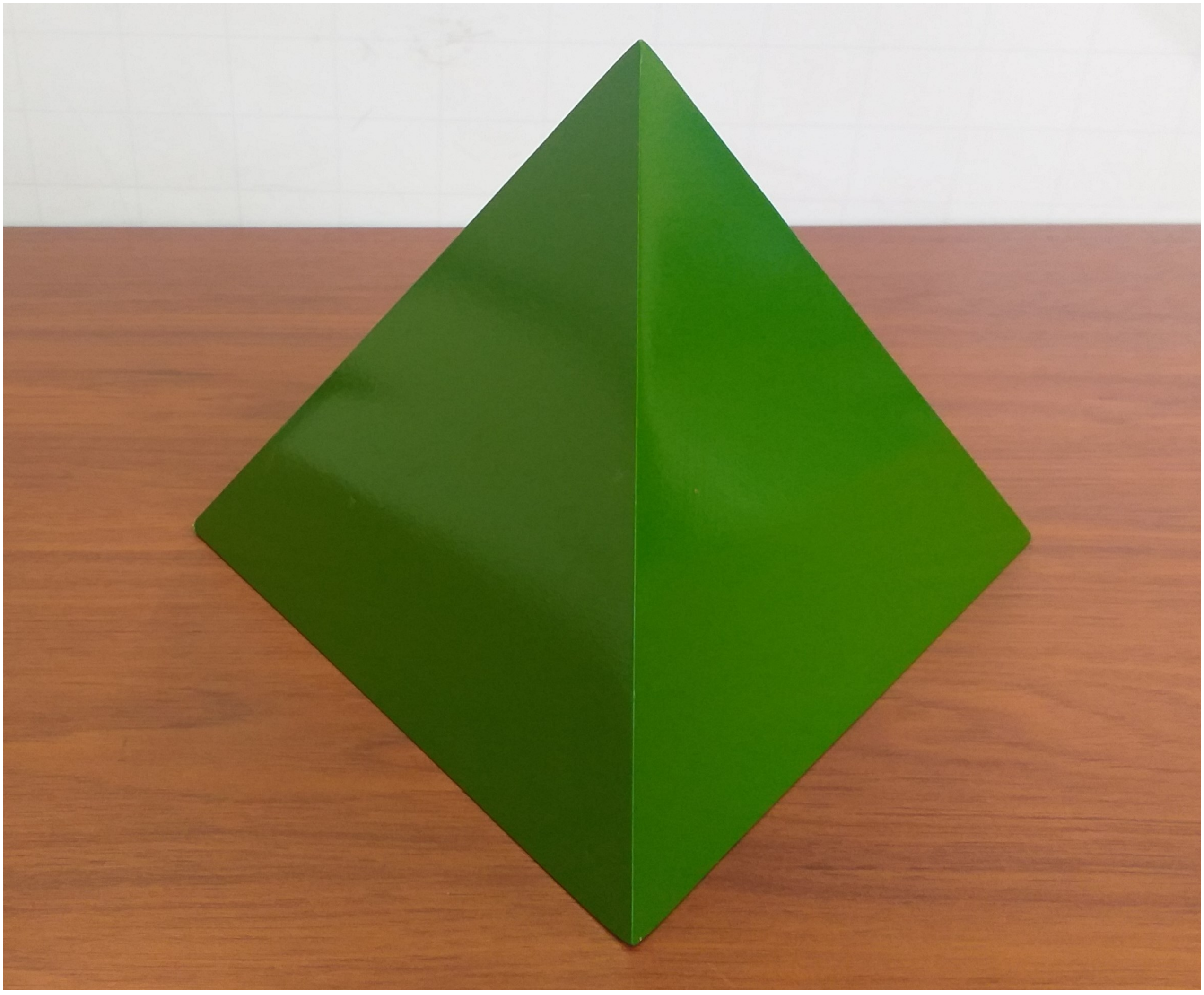
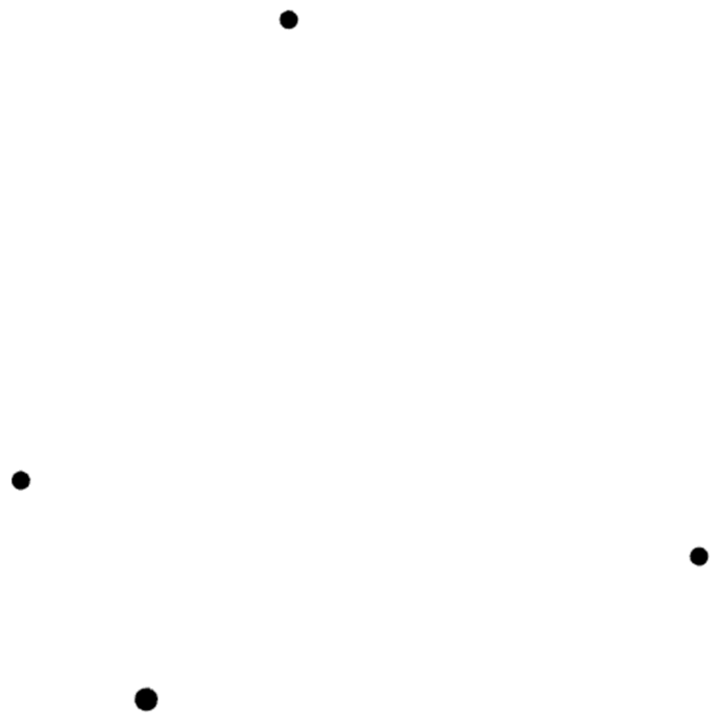


Imagen 2.1.
■ ***Fuente:*** *Autoría propia*

1 **En la hoja tiene dibujado los vértices de un tetraedro regular, dibújelo tal como lo vería, esto es teniendo en cuenta las aristas que no se ven, luego nombre y defina cada una de las partes que conforma este sólido.**



Etimología de la palabra "tetraedro"

Del griego antiguo *τετράεδρον (tetrahedron)*, de τέτρα (tetra: cuatro) y ἕδρα (hedra: asiento, base o cara).

- ***Fuente:*** http://bit.ly/2T3nuam

- ______________________________
- ______________________________
- ______________________________
- ______________________________
- ______________________________
- ______________________________
- ______________________________
- ______________________________

2 **Anote el valor del ángulo diedro del tetraedro regular.**

Con la ayuda de la plantilla que el docente le presenta y con su guía, proceda a obtener el área del tetraedro regular. En los recuadros en blanco realice una representación de lo solicitado en cada pregunta (fotografíe o dibuje).

2 **Con sus propias palabras defina lo que entiende por área.**

____
____

3 **¿Qué tipo de polígono conforma el tetraedro regular?**

____

4 **¿Cuántos polígonos son?**

____

5 **¿Cuál es la longitud de la base del polígono? *Hágalo en función de la arista "a"***

Longitud de la base: ....

6 **¿Cuál es la altura del polígono en función del lado?**
Sugerencia: *haga uso del teorema de la hipotenusa de Pitágoras.*

7 **Entonces, el área de dicho triángulo es:**

8 **Por lo tanto, ¿qué debería hacer para encontrar el área del tetraedro regular?. *Describa* ¿cuál es su ecuación?**

____

____

¿Cuál es su ecuación?

Área:

Para completar las siguientes preguntas, utilice los materiales didácticos que se le solicitó la clase anterior.

9 **Con sus propias palabras defina lo que entiende por volumen.**

____

____

____

10 **Describa como obtendría el volumen del tetraedro regular.** ***Socialice sus ideas con sus compañeros.***

____

____

____

____

____

PLATÓN asoció al **tetraedro** con el fuego, pues el fuego es el elemento más pequeño, ligero, móvil y agudo.

Fuente: http://bit.ly/3bUTvIT

Figura 2.1.

Fuente: https://images.app.goo.gl/7BcFl1kTzdMmDGUFC6

11 **Complete:**

- Nombre sólido 1: ______________________________
- Nombre sólido2: ______________________________
- Longitud del lado (base) sólido 1:_________________
- Longitud del lado (base) sólido2:___________________
- Altura sólido 1:_________________
- Altura sólido 2:_________________

Sólido 1 **Sólido 2**

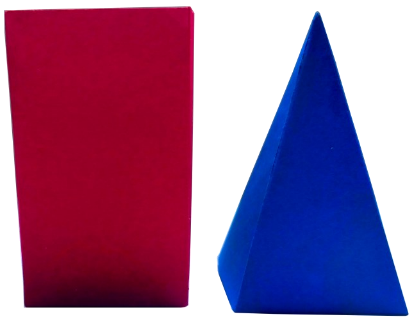


Imagen 2.2.

Fuente: *Autoría propia*

12 **Exprese la pregunta 11 en lenguaje matemático *(Base y altura).***

13 **Llene completamente la pirámide con el grano de su preferencia luego vacíelo en el prisma, repita este procedimiento hasta llenarlo. Luego, responda las siguientes interrogantes:**

- ¿Qué cantidad necesitó para llenar el sólido?

____

- Por lo tanto, ¿qué representa una pirámide con respecto al volumen del prisma?

____

14 **El volumen de un prisma es:**

15 **¿El tetraedro regular es una pirámide?**

…………………………………………………………………………….

16 **Por lo tanto, la ecuación que representa el volumen de un tetraedro regular es:**

17 **De acuerdo a la ecuación anterior, proceda obtener la expresión mínima de dicha fórmula, la cual será reemplazar las incógnitas presentes *(área de la base y altura).***

Desarrollo :

Volumen:

Recuerde

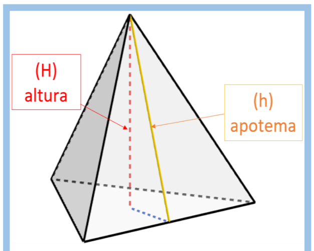


Figura 2.2.
Fuente: *Autoría propia*

1. **No confunda** altura del tetraedro regular con la altura de la cara triangular (apotema)

2. **La altura del tetraedro regular** se mide desde el vértice cúspide de forma perpendicular hasta el centro de la base

3. **El centro de un triángulo** se le conoce como **baricentro o centroide (G)** y es el punto donde concurren las tres medianas del triángulo. Se encuentra sobre la altura a 2/3 del vértice.

Fuente: *http://bit.ly/2L4uq9*

18 **Resolver los siguientes problemas contextualizados.**

- **El tetraedro en Bottrop u oficialmente Emscherblick (*Imagen 2.3.*) en alemán es un monumento de 60 m de longitud lateral y será cubierto con una lámina de polietileno mientras se realizan trabajos contra la corrosión. ¿cuantos metros cuadrados de este material se necesitarán para cubrir toda la estructura?**

Respuesta:

Sabías que......

El tetraedro en Bottrop se encuentra ubicado en Alemania, en la parte superior de la pila de volcado de la mina Beck Road y se ha convertido en todo un símbolo de la ciudad. Fue inaugurado el Día de la Unidad

Imagen 2.3.

Fuente: *http://bit.ly/2SHyGJz*

Imagen 2.4.

Fuente: http://bit.ly/32aReoq

- **Luis Alfredo es un artesano que se dispone a construir una docena de amuletos de cuarzo en forma de tetraedro (*Imagen 2.4.*). Cada amuleto medirá de lado 1,5 cm. ¿Cuál es la cantidad de material que necesitará para cumplir dicho pedido?. *Densidad del cuarzo: 2,65 g/cm3***

Respuesta:

ACTIVIDAD EN CASA

19 **Resuelva los siguientes ejercicios:**

- **Calcular el área total del tetraedro regular cuya suma de las longitudes de sus aristas es 69 cm.** ***Respuesta:*** *229,064 cm²*

Área:

- **En el parque infantil de la parroquia El Valle se desea instalar una estructura metálica de barras (Figura 2.3.) para escalar en forma de tetraedro regular. Su altura será de 2,20 m. Calcule los metros de barras que se necesita para construir dicha estructura. Las barras de soporte internas estarán unidas al centro de cada arista.** ***Respuesta:*** *32,33 m*

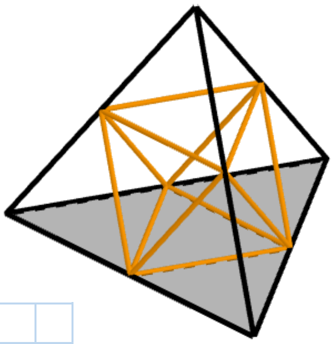


Figura 2.3.
Fuente: *Autoría propia*

Metros de barra:

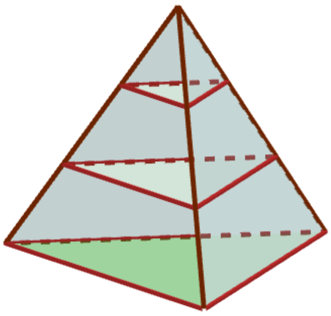
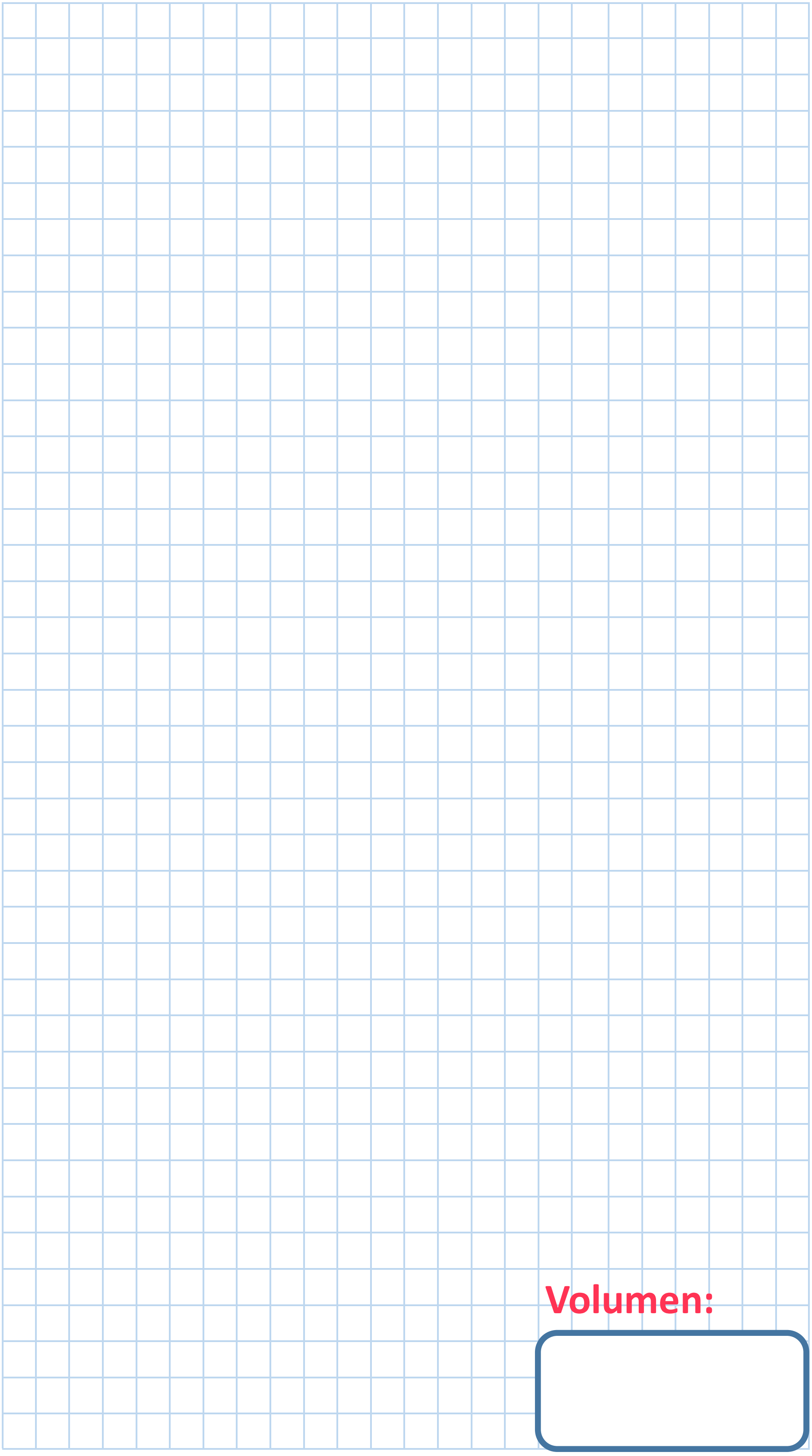


Figura 2.4.
Fuente: *Autoría propia*

Una repisa en forma de tetraedro regular tiene tres niveles (Figura 2.4.), la separación entre niveles es de 30 cm. Calcule el volumen que encierra el segundo nivel. *Sugerencia: Revisar el Teorema de Tales.* ***Respuesta:*** *40919,7 cm³*



- **Calcule el área de la región coloreada sabiendo que el tetraedro (figura 2.5.) tiene una altura de 50 cm. Los vértices de la figura de color verde están unidos a los puntos medios de las aristas.**

  Respuesta: *811,89 cm^2*

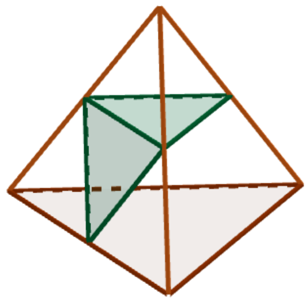


Figura 2.5.

Fuente: *Autoría propia*

Área:

20 **Realice las siguientes indicaciones:**

1. Construya la plantilla del tetraedro regular (página 179)

2. Ingrese al siguiente link e imprima la plantilla y construya 64 cuadrados de 1,5cm.

Link: http://bit.ly/HeX4eDRO

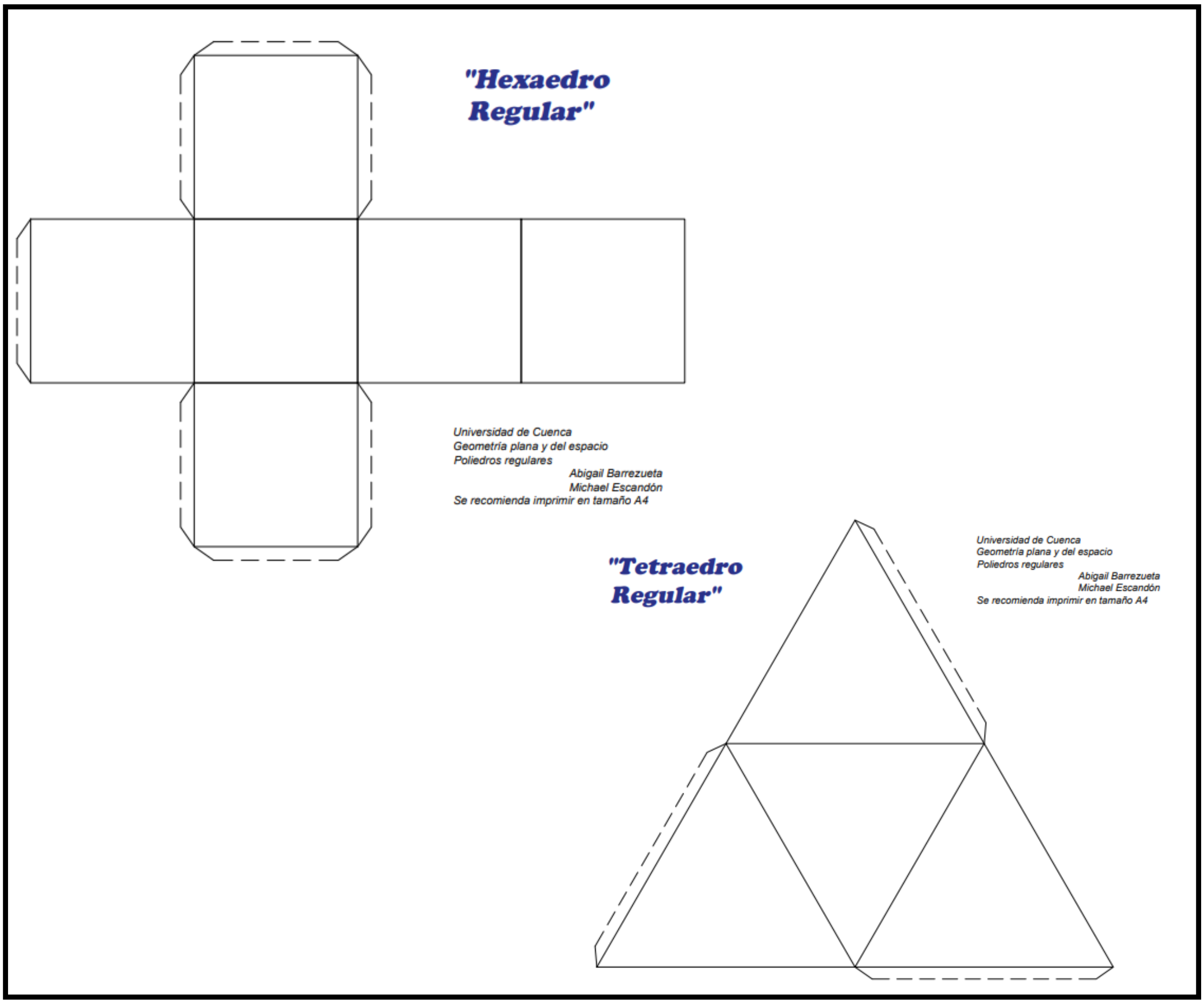


Figura 2.6.

Fuente: *Autoría propia*

Observaciones:

- Para la plantilla del tetraedro regular se requiere dos de la misma, y construya el sólido.
- Para la plantilla del hexaedro regular y los cuadrados de 1,5 cm, trabajará en grupo de seis personas, de modo que reparta de forma equitativa lo que se solicita.
- Las plantillas y los cuadrados constrúyalos en una cartulina.
- Lleve un graduador.
- Llevar un cubo de Rubik.

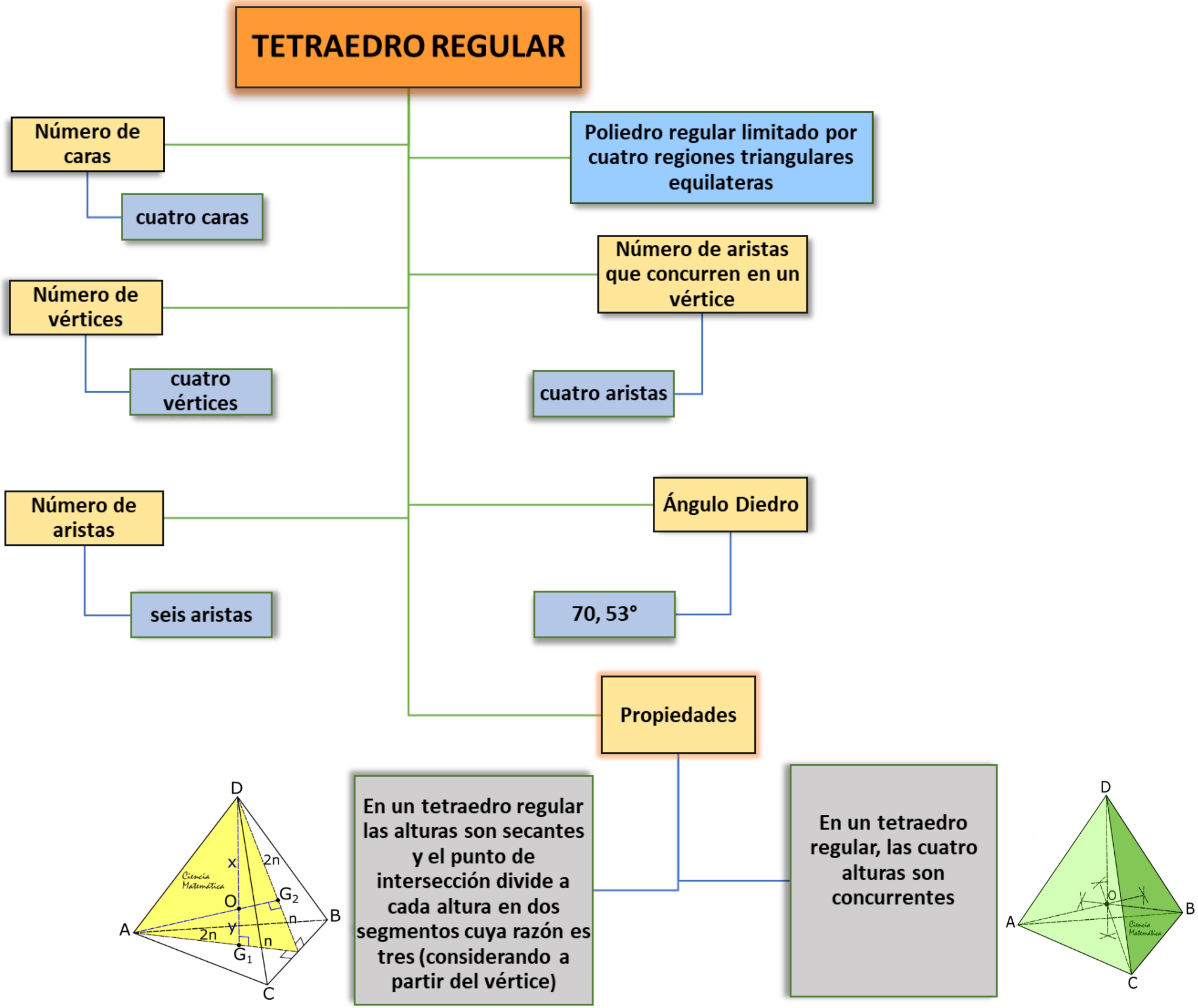
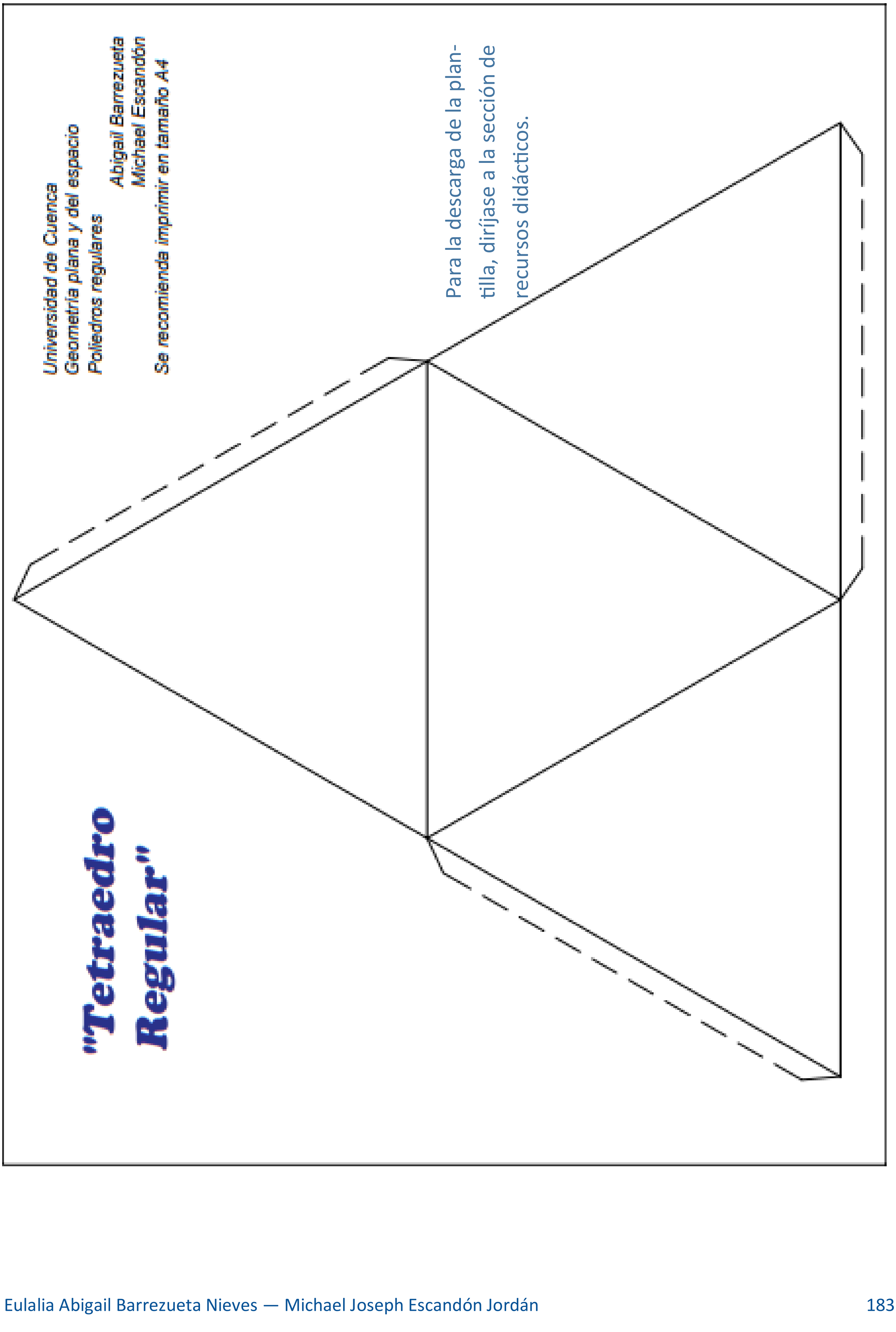


Figura 2.7.
Fuente: *Autoría propia*



Para la descarga de la plantilla, diríjase a la sección de recursos didácticos.

CLASE 3

HEXAEDRO REGULAR

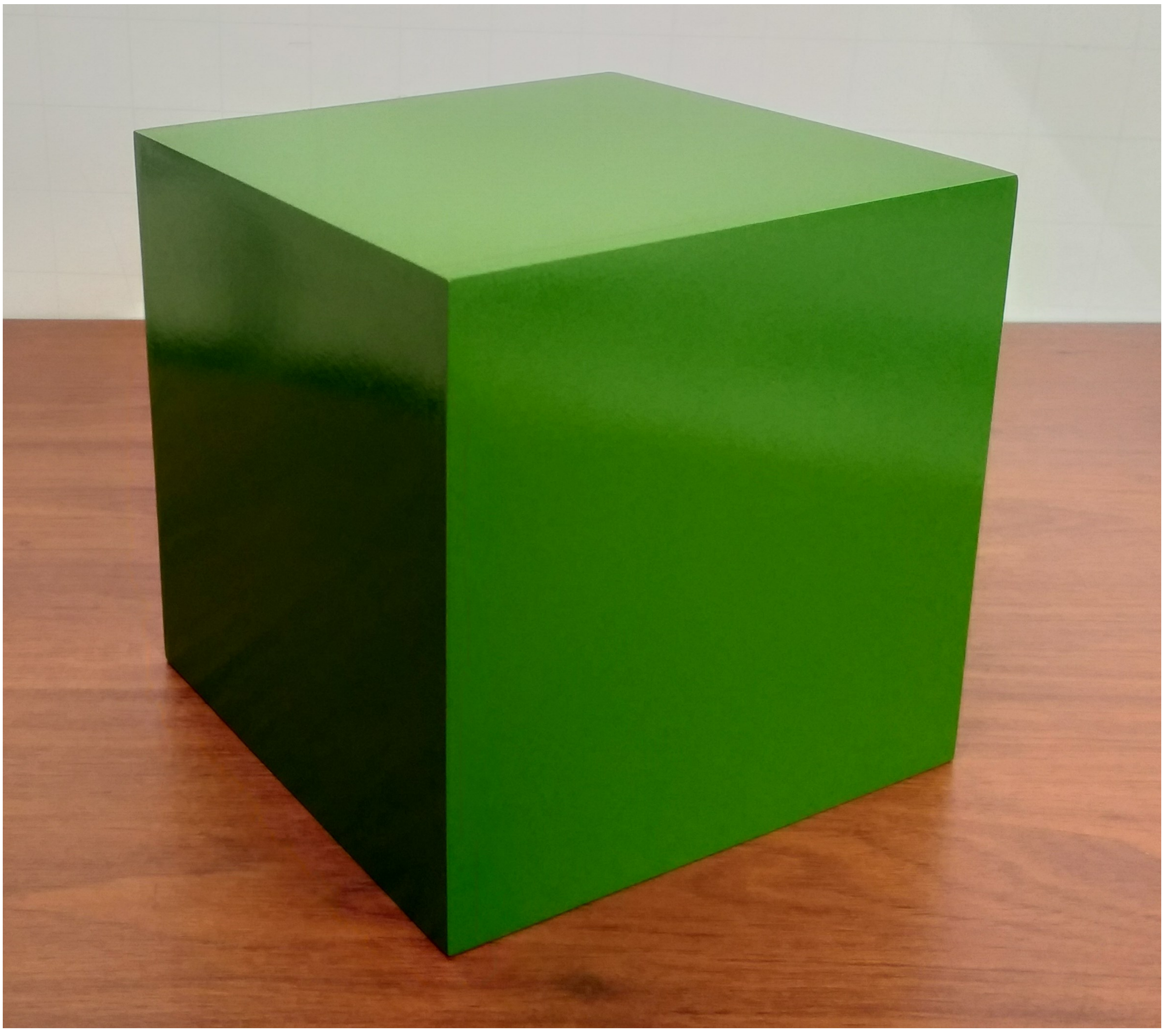


Imagen 3.1.
■ ***Fuente:*** *Autoría propia*

1 **Con los dos tetraedros regulares que se le solicitó, realice las siguientes indicaciones:**

a)Una los dos tetraedros de modo que compartan una cara.

b)Describa que características posee el nuevo sólido.

Características :

* ____

* ____

* ____

* ____

* ____

* ____

2 **Trabaje con la plantilla del hexaedro regular y los cuadrados de 1,5 cm.** ***Siga las orientaciones del docente.***

a. Característica principal de un cuadrado

____

b. ¿Cuántos cuadrados de unidad contiene cada lado (arsita) del cuadrado?

____

c. ¿Cuántos cuadrados de unidad necesitó para cubrir un cuadrado?

____

d. Escriba en forma de potencia el resultado obtenido anteriormente.

$$\square^{\square} = \square$$

e. Cubrir completamente el cuadrado, representa:______________________________

f. Exprese en lenguaje matemático la ecuación anterior (*Literal d*)

$$\square^{\square} = \square$$

g. **Por lo tanto, para hallar el área total del hexaedro regular se debe:**

———————————————————————————————————————
———————————————————————————————————————-

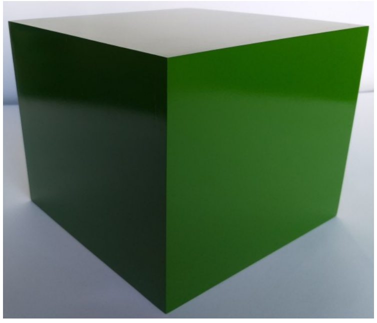


Imagen 3.2.
■ ***Fuente:*** *Autoría propia*

Área total del hexaedro regular:

3 **A continuación, su docente realizará una actividad haciendo uso del siguiente material didáctico (*Imagen 3.3.*), por lo que deberá estar muy atento al proceso. Luego de haber observado, completará las siguientes preguntas.**

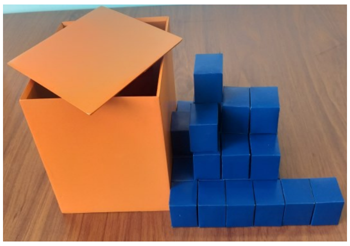


Imagen 3.3.
■ ***Fuente:*** *Autoría propia*

- **¿Con cuantos cubitos se llenó la base del hexaedro y qué representa?**

————————————————————————————————
————————————————————————————————

- **¿Cuántas capas de cubitos se requiere para llenar totalmente la altura del hexaedro y en conjunto qué representan?**

————————————————————————————————
————————————————————————————————

- **¿Cuántos cubitos se requirió para se llenar el hexaedro regular? ¿Qué representa dicha cantidad?**

————————————————————————————————
————————————————————————————————

- **Con la ayuda de las interrogantes anteriores, llegue a una expresión matemática relacionando área de la base, altura y volumen.**

Etimología de la palabra "hexaedro"

La palabra hexaedro procede del griego «εξαεδρον» (hexaedron); formado por «εξα» (hexa) o «εξ» (hex) seis y «εδρα»(edra) que quiere decir cara.

■ ***Fuente:*** https://definiciona.com/hexaedro/

- **Exprese en forma de potencia el resultado anterior.**

$$\square^{\square} = \square$$

- **Escriba en lenguaje matemático la expresión anterior.**

$$\square^{\square} = \square$$

PLATÓN asoció al **Hexaedro** con la tierra, pues es el poliedro más sólido de los cinco.

Fuente: http://bit.ly/3bUTvT

Figura 3.1.

Fuente: https://images.app.goo.gl/7BcFI1KTzdMmDGUFC6

4 **Calcule el ángulo diedro del hexaedro regular.**

Proceso:

a. Pegue la plantilla del hexaedro regular, sin unir una cara.

b. Utilice un graduador.

c. Coloque el graduador sobre la cara abierta del hexaedro, haciendo coincidir el punto de referencia con uno de los vértices.

d. Asegúrese que el cero del graduador coincida con una arista, y mida el valor del ángulo.

Ángulo Diedro Hexaedro Regular: $\boxed{}$

5 **Utilice el cubo de Rubik y encuentre el área y volumen**

Complete:

- Numero de unidades por lado:……………………………….
- Longitud de cada pieza:…………………………………………

a) Usando cada pieza del cubo como una unidad.

Respuesta:

b) Sabiendo que cada pieza del cubo mide 1,8 cm de lado

Respuesta:

Sabías que……

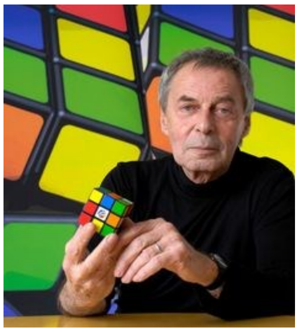


Imagen 3.4. ■ ***Fuente:*** https://pin.it/7rkueypkgzkyjs

El arquitecto y escultor húngaro Ernő Rubik diseñó un cubo para enseñar a sus alumnos conceptos de geometría. Su invención se convertiría en el juguete más vendido de la historia. Conocido como "**Cubo de Rubik**"

■ ***Fuente:*** *http://bit.ly/38L6R8y*

ACTIVIDAD EN CASA

5 **Resuelva los siguientes ejercicios:**

- **La diagonal principal de un cubo mide 53,71 cm. ¿Cuál es la longitud de su arista?** ***Respuesta:*** *31 cm.*

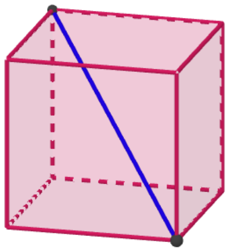


Figura 3.2.

■ ***Fuente:*** *Autoría propia*

Arista:

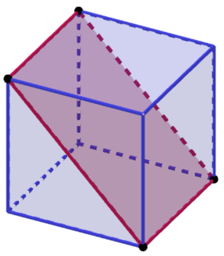


Figura 3.3.

Fuente: *Autoría propia*

- **¿Cuál es el área de la región de plano limitada por las diagonales de dos caras y dos aristas opuestas del cubo, cuya longitud de arista es de 23 cm?** ***Respuesta:*** *748,12* cm^2

Área:

- **El Monumento a la constitución de 1978 de Madrid (Imagen 3.5.) tiene una altura aproximada de 4 m. Se observa un hexaedro interno cuyo vértice se encuentra a 1,8 m desde el vértice externo. ¿Cuál es su volumen del hexaedro interno si tuviera sus caras cerradas?** ***Respuesta:*** *7, 09 9* m^3

Imagen 3.5: Monumento a la Constitución 1978, Madrid.

Fuente: http://bit.ly/2PVPR3

Volumen

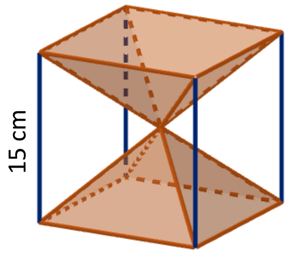


Figura 3.4.

■ **Fuente:** *Autoría propia*

- **José Luis, un artesano que trabaja con vidrio, va a construir un reloj de arena de caras planas como se muestra en la Figura 3.4. pero solamente se conoce el lado del hexaedro en el que está inscrito. Usted como su ayudante debe indicarle qué cantidad de vidrio se requiere para llevar a cabo la obra.** ***Respuesta:*** *1086,40 cm² de vidrio.*

Cantidad de vidrio:

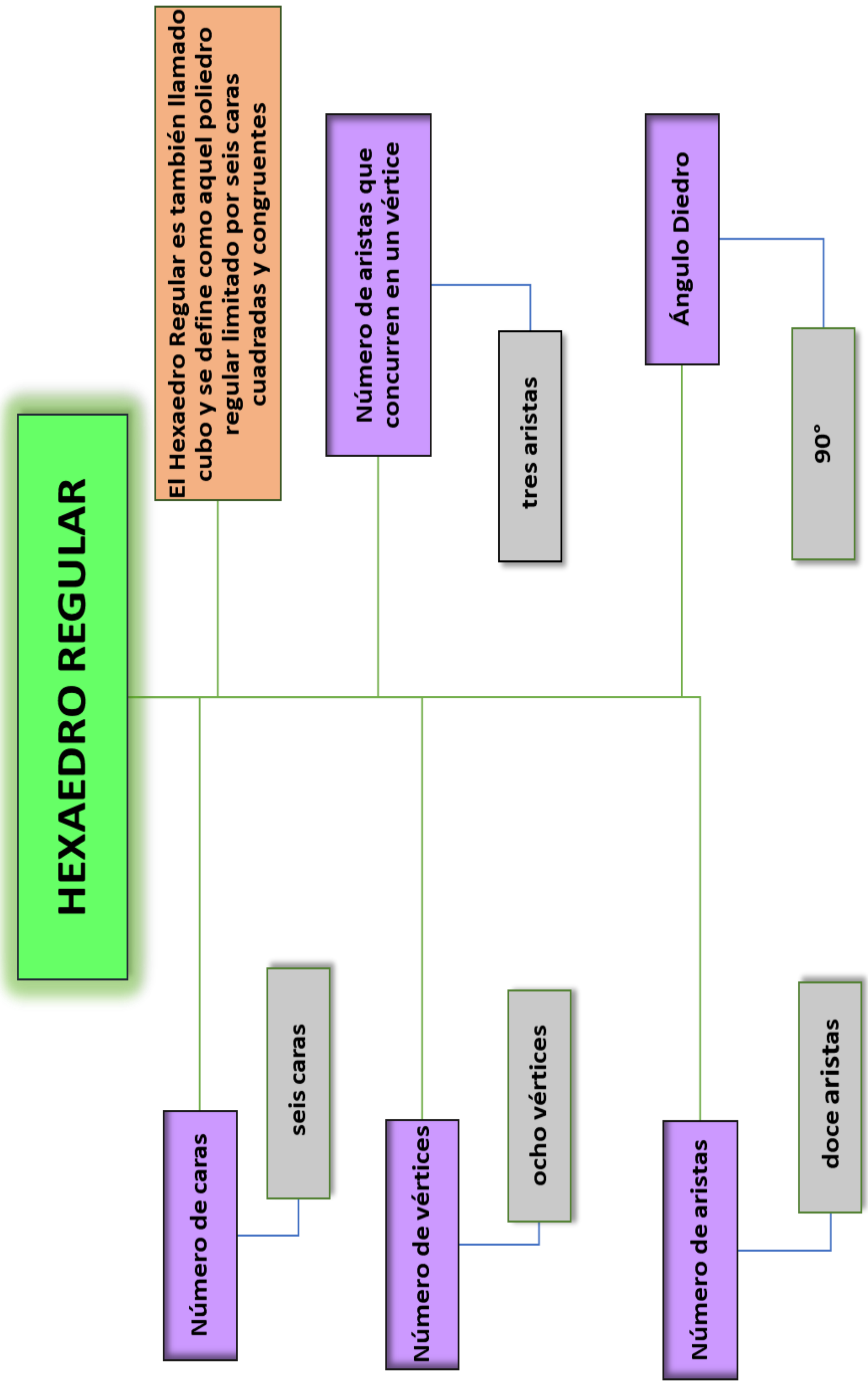
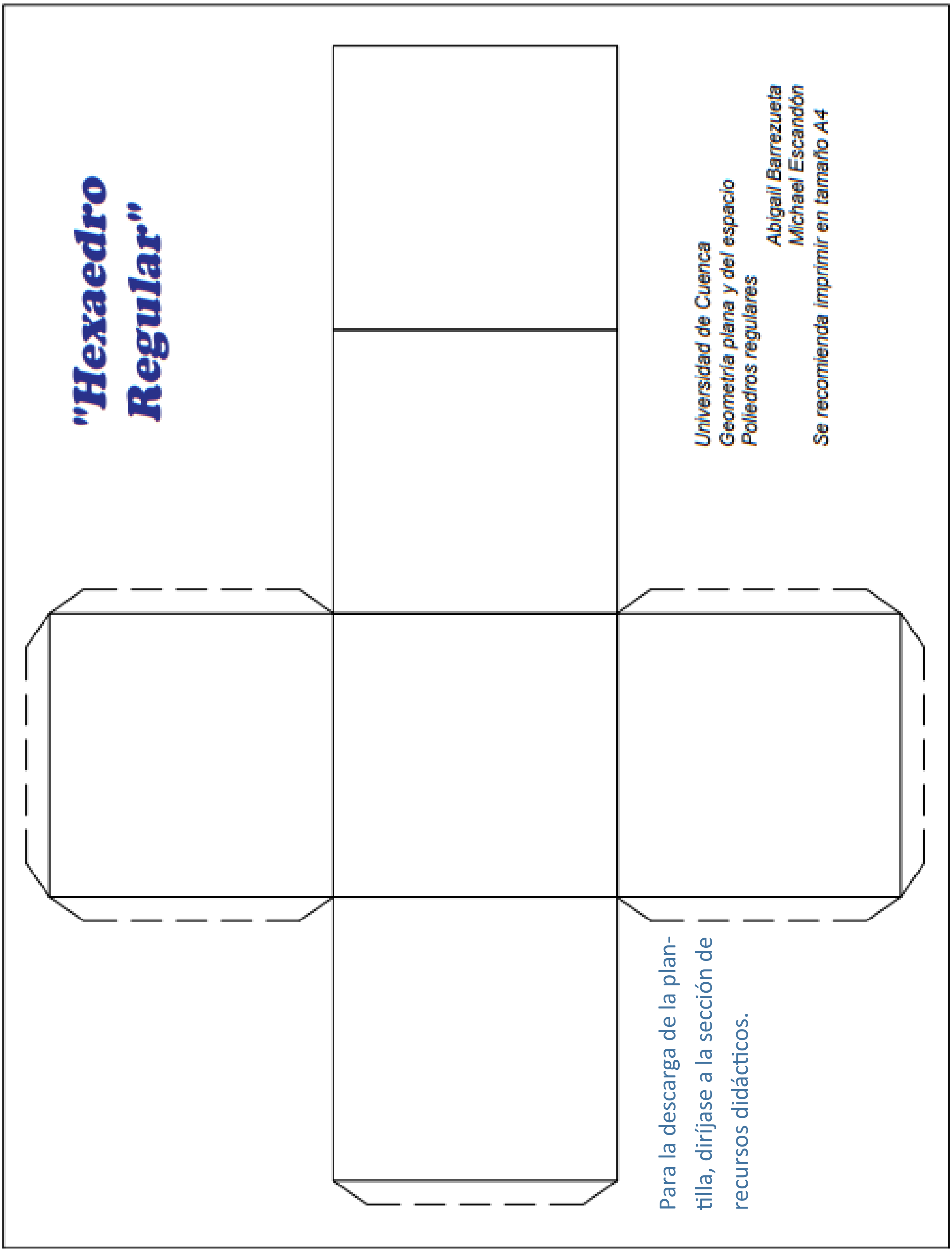


Figura 3.5.

Fuente: *Autoría propia*



Para la descarga de la plantilla, diríjase a la sección de recursos didácticos.

CLASE 4

OCTAEDRO REGULAR

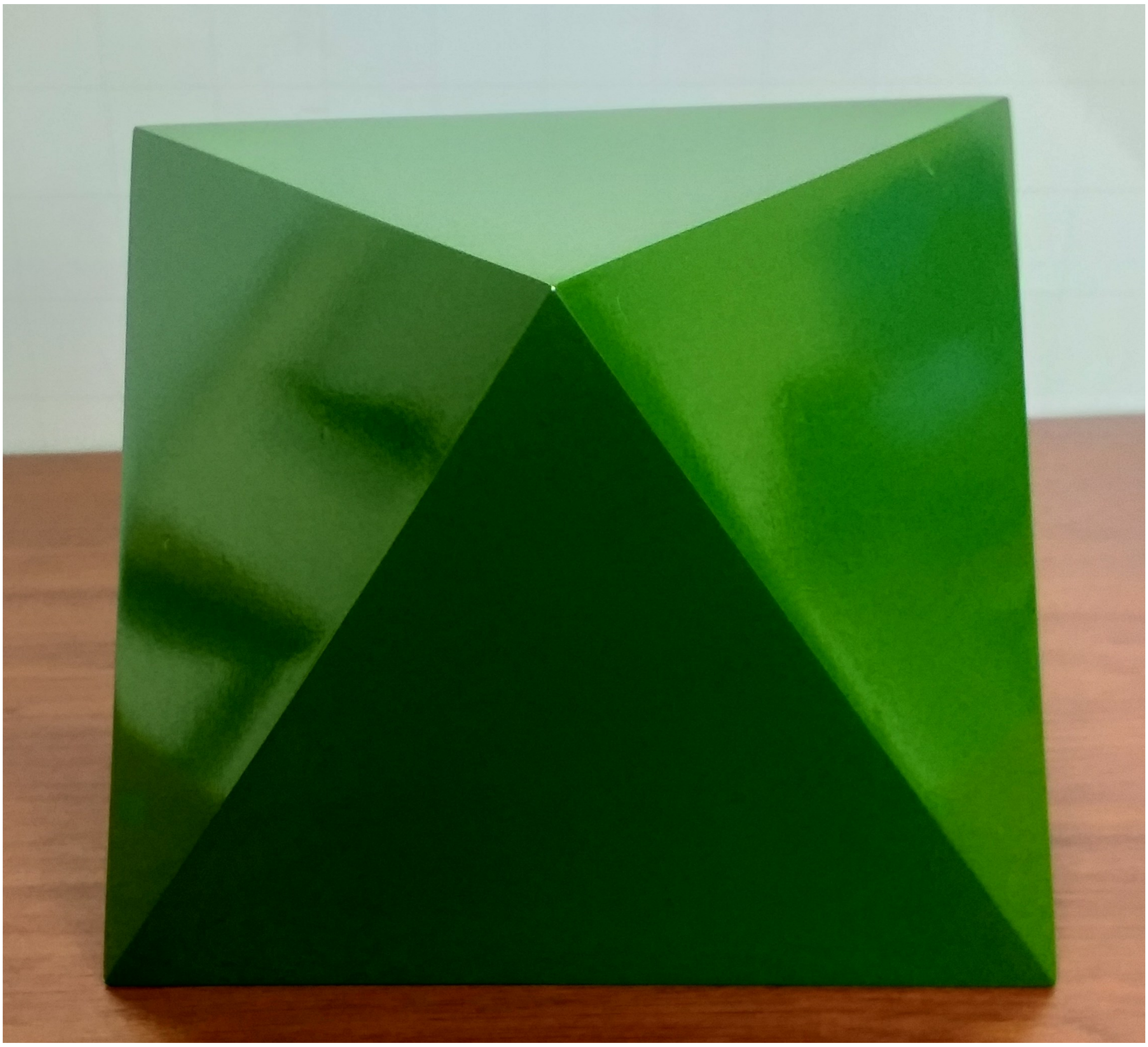


Imagen 4.1.
Fuente: *Autoría propia*

1 Complete el siguiente crucigrama

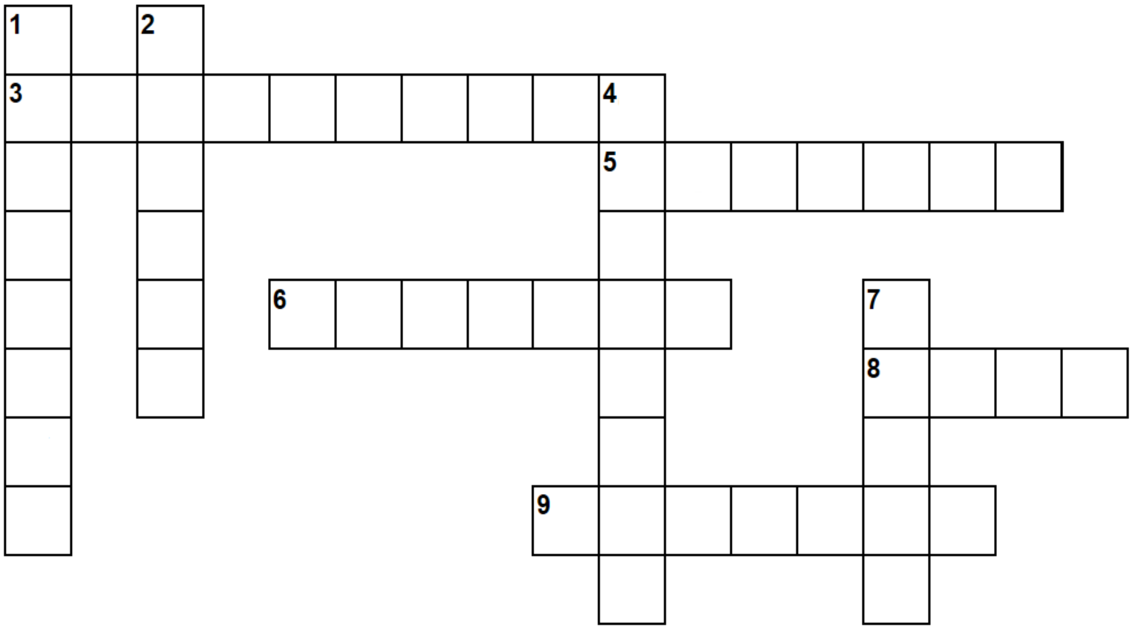


Figura 4.1.
Fuente: *Autoría propia*

HORIZONTALES

3. Característica del polígono que forma el sólido:

5. Si un ángulo diedro interno mide menos de 180 grados, se llama:

6. Si todos los ángulos, caras y aristas de un poliedro son iguales, se le denomina como:

8. Elemento con el que Platón relaciona al octaedro regular:

9. El octaedro regular tiene *12 ....*

VERTICALES

1. El octaedro regular tiene 6 ....

2. En el octaedro regular, en un vértice concurren .... aristas.

4. Sólido regular que tiene 8 caras

7. Regiones limitadas por las aristas

Etimología de la palabra "octaedro"

Proviene de la palabra griega antigua ὀκτάεδρον (octahedron), de ὀκτά (octo, "ocho") y ἕδρα (hedra), (que significa "asiento", "base"; en geometría, "cara")

Fuente: http://bit.ly/384Vuas

2 **Obtenga la fórmula de área del octaedro regular.** ***Ayúdese de las preguntas formuladas.***

- **Área de un triángulo en función de su arista:**

- **Área total del octaedro regular:**

Área:

3 **Obtenga el volumen del octaedro regular.** ***Siga las orientaciones de su docente.***

Preguntas guía:

- **En qué sólidos se puede descomponer el octaedro regular:**

____

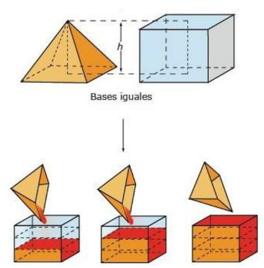
- **La fórmula de una pirámide es:**

- **¿Cuál es el área de la base de la pirámide?**

- **¿Cuál es la altura de la pirámide?**

Desarrollo:

Recuerde



El volumen de una pirámide es la tercera parte del volumen de un prisma, siempre y cuando, estos tenga la misma base e igual altura.

Fuente: http://bit.ly/2HRs993

Figura 4.2.

Fuente: http://bit.ly/38pZEd

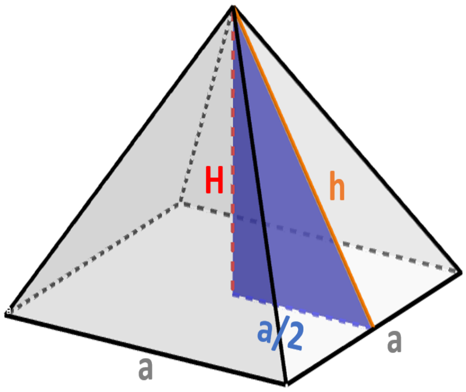


Figura 4.3.

Fuente: *Autoría propia*

- **Por lo tanto, el volumen de la pirámide de base cuadrada es:**

- **Luego de haber obtenido la altura de una pirámide, realice el procedimiento necesario para obtener el volumen del octaedro regular.**

Desarrollo:

- **Volumen de pirámide de base cuadrada:**

- **¿Que se debe realizar para obtener el volumen del octaedro regular?**

Volumen:

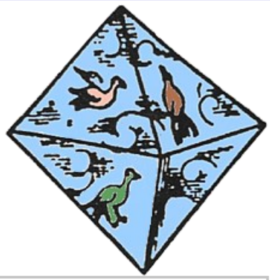


Figura 4.4.

Fuente: https://images.app.goo.gl/7BcFl1KTzdMmDGUFC6

Al **Octaedro** se lo relaciona con el aire, puesto que este sólido cuando se lo sujeta por los vértices opuestos gira libremente.

Fuente: *http://bit.ly/3bUTvT*

4 **Calcule el ángulo diedro del octaedro regular. Aplicando conceptos aprendidos durante el desarrollo de esta clase.**

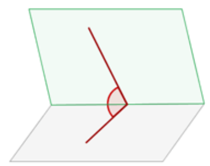
Sugerencia:* *Descomponer el sólido.

Desarrollo:

Ángulo diedro:

Recuerde

Ángulo diedro



Es la porción de espacio limitada por dos semiplanos que se llaman caras .

Figura 4.5.

Fuente: *http://bit.ly/2HBser*

4 **Resuelva el siguiente problema.**

La obra *"Ícono octaedro" de* la Tecnópolis 2011 en Buenos Aires, Argentina tuvo una dimensiones de 18 m de lado en su base. Determine: ¿Cuál fue la cantidad necesaria de poliéster (lona blanca) para recubrir toda la construcción? Y ¿Cuál es su volumen?

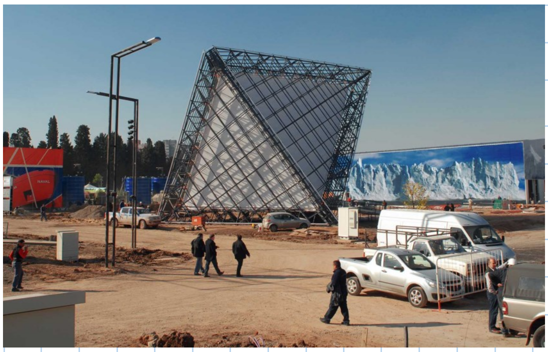
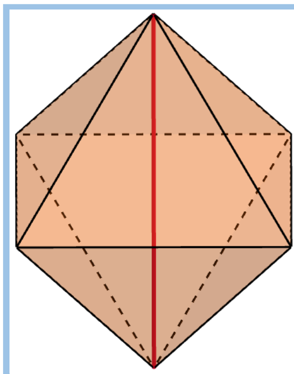


Imagen 4.2. "Ícono Octaedro"

Fuente: *http://bit.ly/2V9cYzx*

Ten en cuenta que….



La altura de un octaedro regular se construye desde un vértice hasta su opuesto, por ende es también la diagonal del sólido.

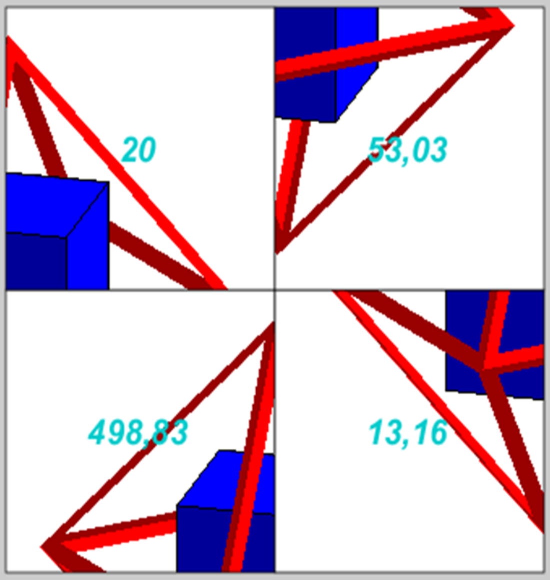
Figura 4.6.

Fuente: *Autoría propia*

Respuesta:

5 **Resuelva cada uno de las interrogantes, busque el resultado, recorte y pegue en su lugar. En la siguiente página se presenta la imagen para que la recorte y pegue.**

¿Cuál será el área del octaedro regular que tiene como arista 12 cm?	¿Cuál es la altura de un octaedro si la diagonal es de 20 cm?
¿Cuánto mide la diagonal de un octaedro si su área es de 300 m^2?	¿Cuál será el volumen de un octaedro regular cuya altura mide 15 cm?



6 **Luego de haber armado y descubierto la imagen, responda las siguientes preguntas:**

- **¿Qué sólido esta inscrito en el octaedro?**

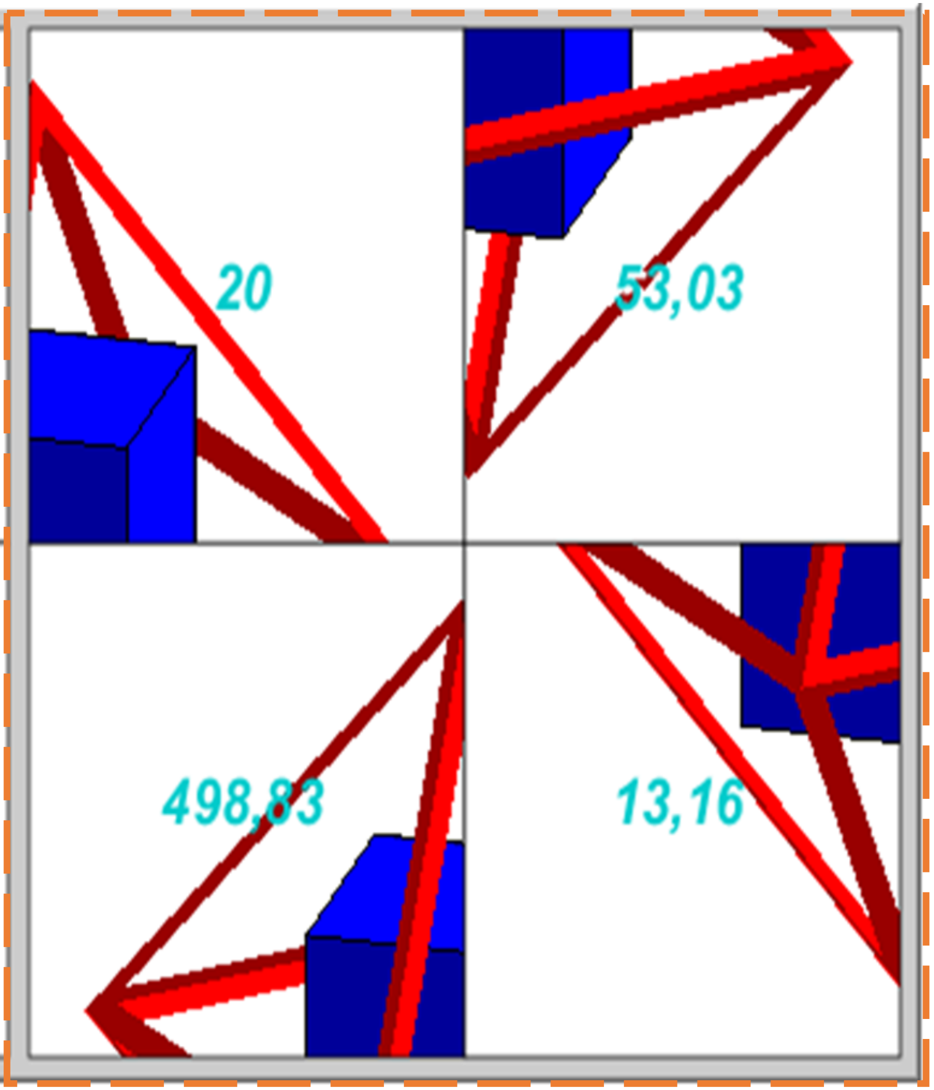
- **¿Qué sucede con los vértices del sólido inscrito con respecto al octaedro regular?**

- **¿Qué nombre recibe este acontecimiento?**

- **Existirá la posibilidad de inscribir un octaedro regular en un hexaedro regular. ¿Por qué?**

Recorte y pegue aquí

¿Cuál será el área del octaedro regular que tiene como arista 12 cm?	¿Cuál es la altura de un octaedro si la diagonal es de 20 cm?
¿Cuánto mide la diagonal de un octaedro si su área es de 300 m^2?	¿Cuál será el volumen de un octaedro regular cuya altura mide 15 cm?



ACTIVIDAD EN CASA

7 **Resuelva los siguientes ejercicios:**

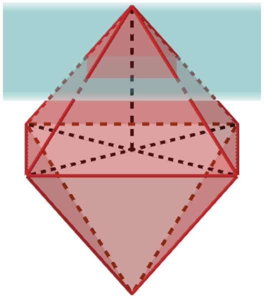


Figura 4.7.
Fuente: *Autoría propia*

- **Un iceberg en forma de octaedro regular mide 17 m de arista, una pequeña parte está sobre el agua que mide 5 m a ras de la superficie. Calcule el volumen de hielo que se encuentra sumergido en el océano.**

Respuesta: *2286,55 m^3*

Volumen

- **Se descompone un octaedro regular en dos pirámides idénticas de base cuadrada. Si el área de una pirámide es de 850 cm^2. ¿Cuál es el volumen total que ocupa dicho octaedro? *Respuesta: 2586,96 cm^3***

Volumen

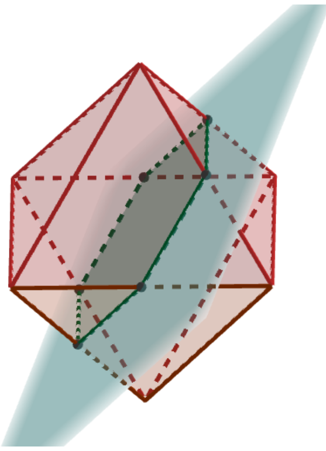


Figura 4.8.

Fuente: *Autoría propia*

- **El octaedro regular (Figura 4.8.), está cortado por un plano que atraviesa los puntos medios de las aristas que intervienen. La región que se forma en el interior del octaedro tiene un área de 20 cm^2. Calcule el volumen del sólido.** ***Respuesta:*** *22 316,92 cm^3*

Volumen:

- **La figura representa la dualidad entre octaedro y hexaedro, conociendo que el volumen de octaedro es de 500 cm^3.**

  Calcule:

  a. La longitud de la arista del hexaedro ***Respuesta:*** *4,81 cm*

  b. El porcentaje de volumen que representa el hexaedro dentro del octaedro. ***Respuesta:*** *22,22%*

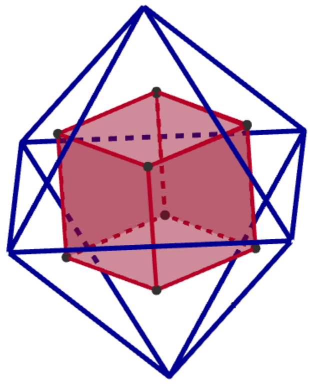


Figura 4.9.

Fuente: *Autoría propia*

Arista Cubo:

Porcentaje:

8 **Observe el siguiente video.** ***Haga apuntes de los más relevante.***

Link: http://bit.ly/DodeCA-Video

Imagen 4.3.

Fuente: *Autoría propia*

9 **Para la siguiente clase lleve los siguientes materiales:**

- Plastilina
- Hoja de papel
- Graduador

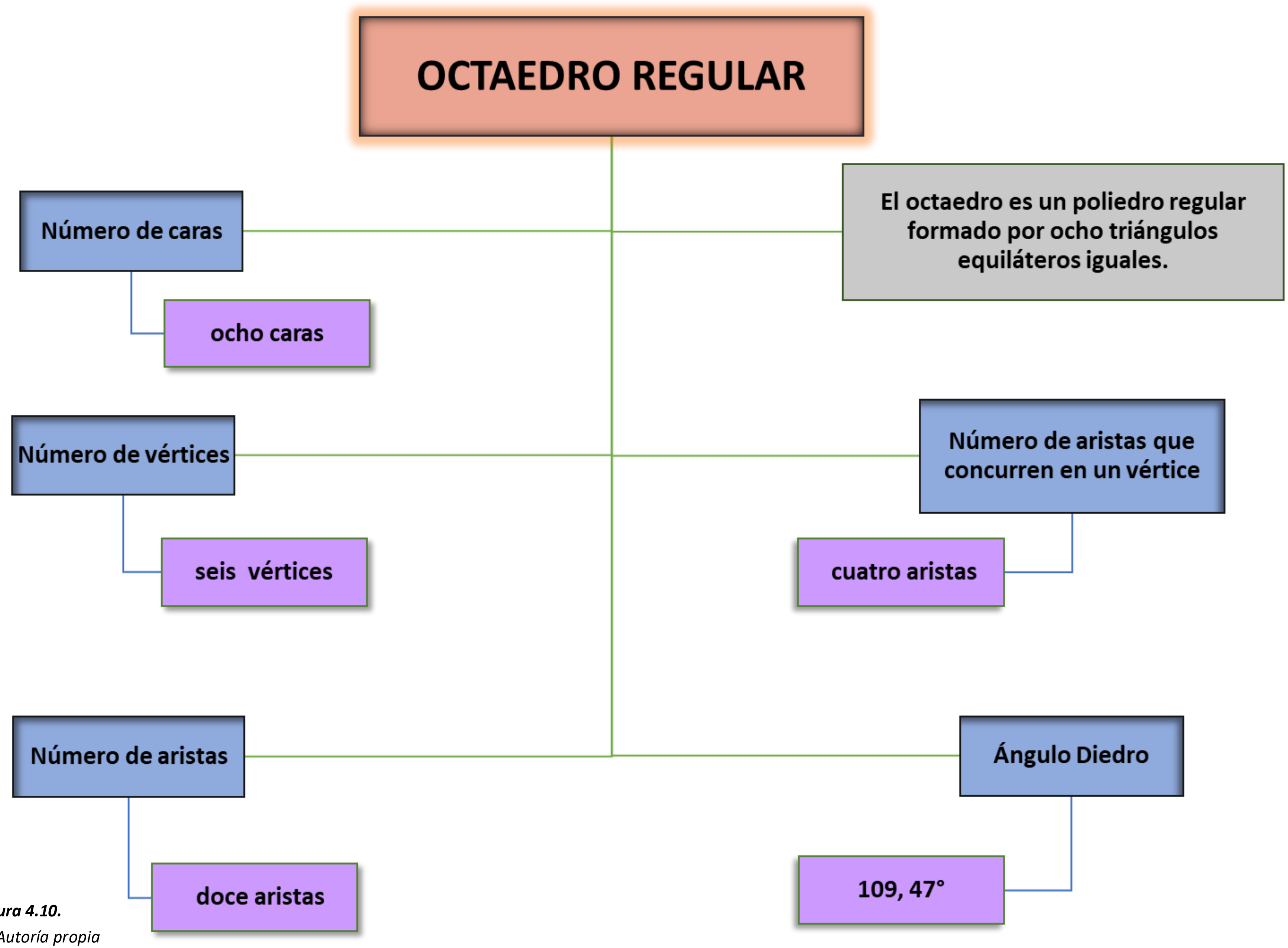
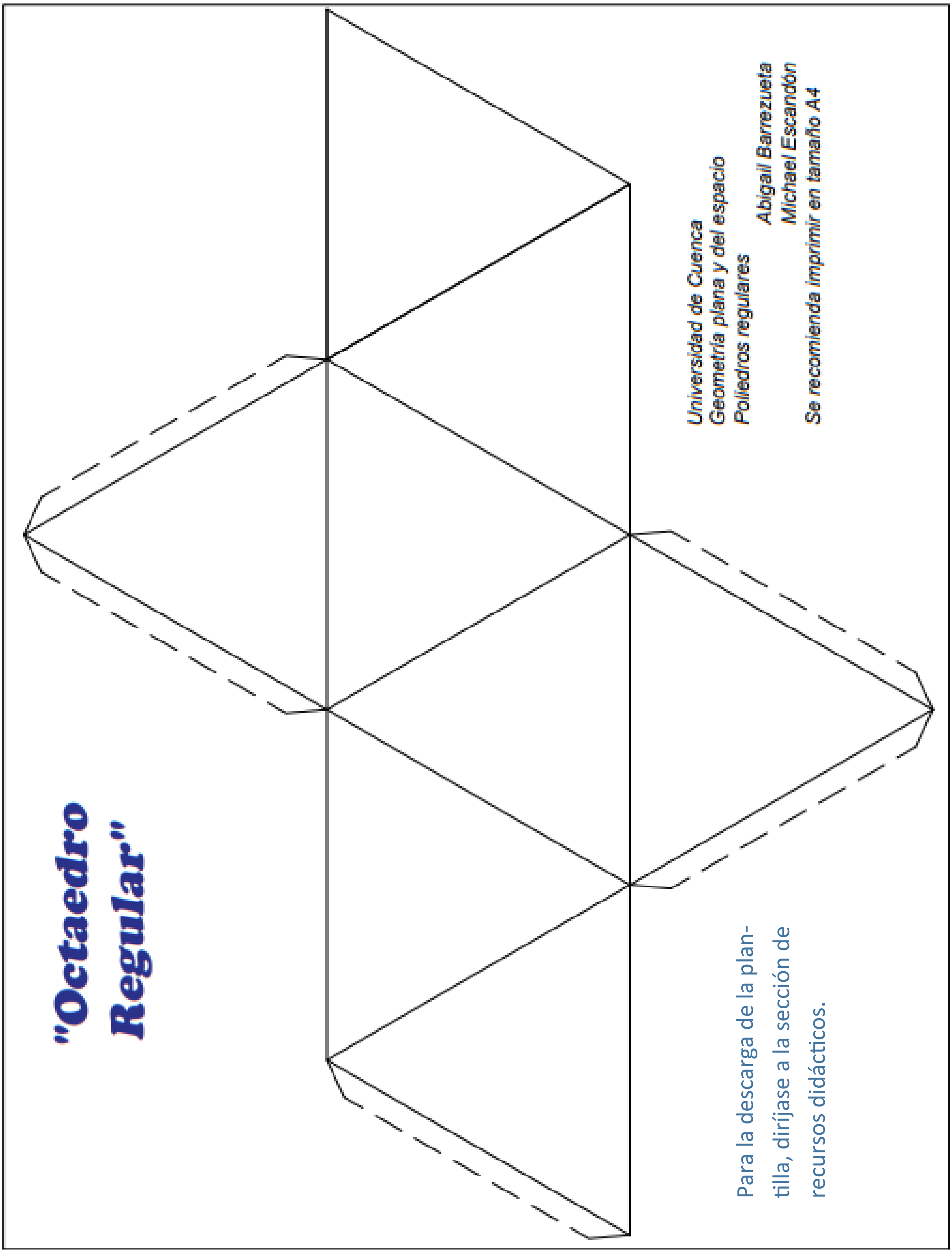


Figura 4.10.

Fuente: *Autoría propia*


"Octaedro Regular"
Universidad de Cuenca
Geometría plana y del espacio
Poliedros regulares
Abigail Barrezueta
Michael Escandón
Se recomienda imprimir en tamaño A4
Para la descarga de la plantilla, diríjase a la sección de recursos didácticos.

CLASE 5

DODECAEDRO REGULAR

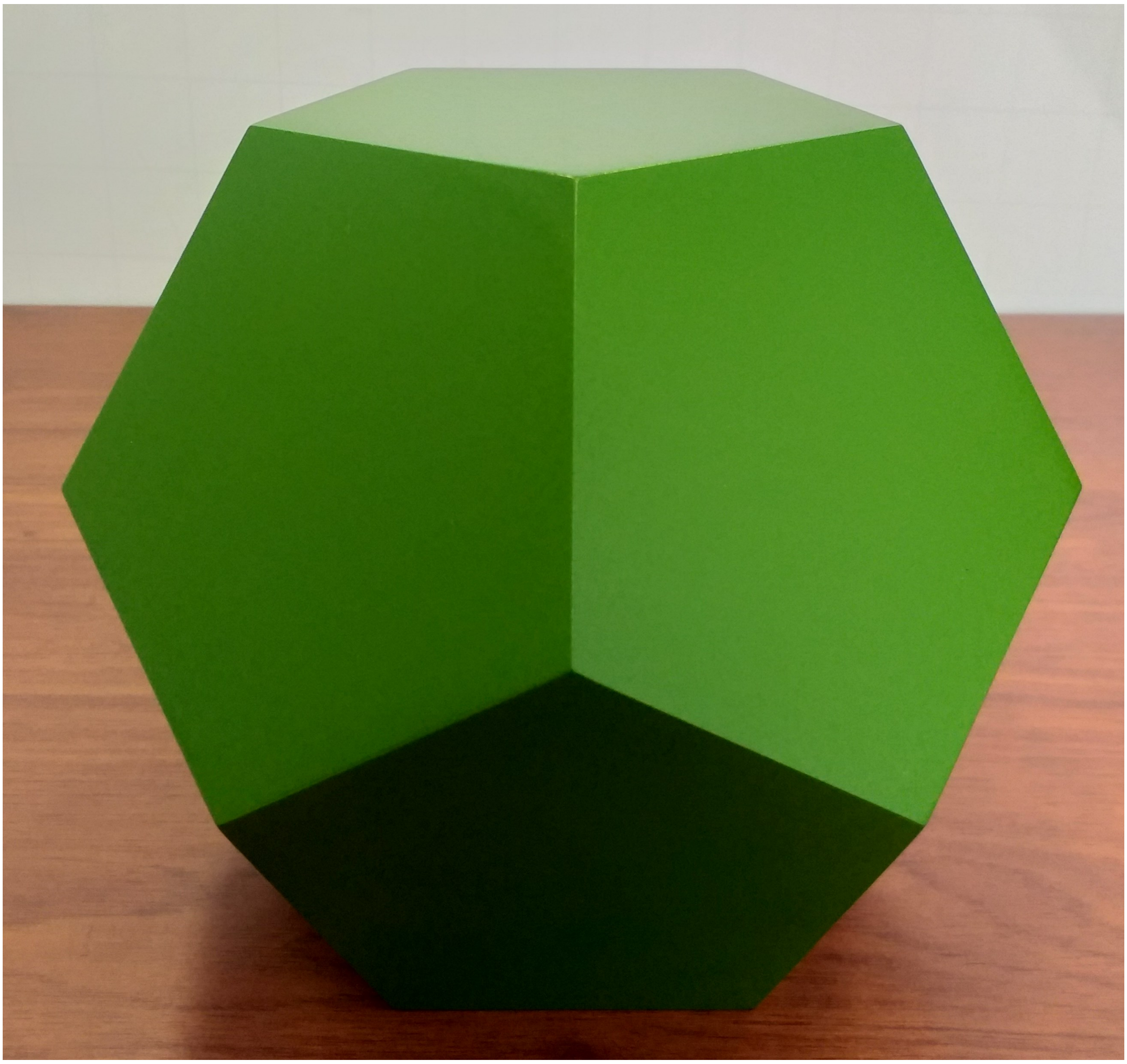


Imagen 5.1.
Fuente: *Autoría propia*

1 **Desarrolle la fórmula del área y volumen del octaedro regular. Ayúdese del siguiente material didáctico y del video observado en casa.**

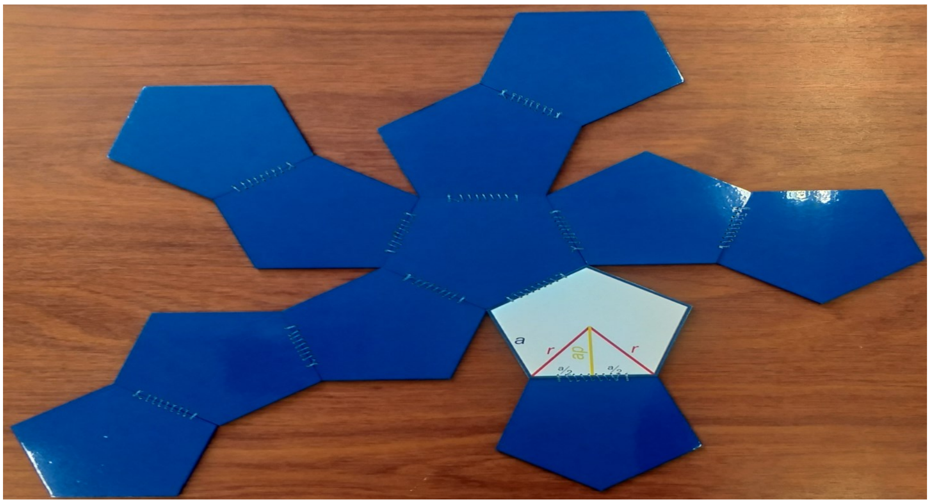


Imagen 5.2.

■ ***Fuente:*** *Autoría propia*

Etimología de la palabra "dodecaedro"

Proviene de la palabra griega » δωδεκαεδρον» (dōdekáedron), compuesto de «δωδεκα» (dōdeka) doce y «εδρα»(edra) que quiere decir cara.

■ *Fuente:* https://definiciona.com/dodecaedro/

Área Dodecaedro Regular

- **Área del pentágono regular:**

- **Área de dodecaedro regular:**

Área:

Volumen Dodecaedro Regular

Sabías que......

El **Pabellón Cielo Tierra** tiene la forma de dos dodecaedros regulares unidos por una de sus caras. Están parcialmente soterrados. Alberga el Centro de Investigación Científica Plaza Cielo Tierra ubicado en la

Imagen 5.3. "Pabellón Cielo y Tierra"

Fuente: *https://plazacielotierra.org*

- Número de pirámides que se descompone el dodecaedro regular

- Área de la base de la pirámide:

- Altura de la pirámide:

- Volumen de una pirámide:

- Volumen del dodecaedro regular:

Volumen:

2 Calcule el ángulo diedro del dodecaedro regular.

Materiales:

- Plastilina
- Hoja de papel
- graduador

Proceso:

- Coloque la hoja de papel sobre dos caras del poliedro y manténgala sostenida, acto seguido adhiera sobre el papel la plastilina de manera que cubra parte de las dos caras y la arista.
- Utilizando la regla del graduador de forma a la plastilina haciendo que un lado de la plastilina sea perpendicular a la arista del dodecaedro en las dos caras en que se adhirió la plastilina.
- Suelte la hoja de papel y retire con cuidado la plastilina intentando que no se deforme, seguidamente mida con el graduador el ángulo diedro. Repita este proceso en diferente pares de caras.
- Ahora, promediando los diferentes valores obtenidos, se conoce el valor aproximado del ángulo diedro del dodecaedro regular. Este valor es:

Ángulo diedro =

3 **Resuelva el siguiente problema:**

El pabellón Cielo Tierra (Imagen 5.4.) de la Provincia de Córdoba, Argentina está conformado por dos dodecaedros unidos en una de sus caras. Se conoce que las aristas de los dodecaedros miden 4,80 m. Calcule el área de la parte externa de la construcción y su volumen.

Imagen 5.4. "Pabellón Cielo y Tierra"
Fuente: *https://plazacielotierra.org*

El Dodecaedro está relacionado con el Universo, pues sus doce caras pueden albergar los doce signos del zodiaco.

Fuente: http://bit.ly/3bUTvIT

Respuesta:

ACTIVIDAD EN CASA

G **Se presentan un grupo de ejercicios para que el estudiante resuelva en su cuaderno de trabajo. Se facilitan las respuestas para que pueda comprobar los resultados.**

7 **Resuelva los siguientes ejercicios:**

- **El Silo de Carbón (Imagen 5.5) tiene una altura de 8 m, calcule qué cantidad de carbón puede albergar si se lo llena completamente.** ***Respuesta:*** *355,23 m^3*

Imagen 5.5.: Silo de Carbón, Instituto Técnico de la Construcción Eduardo Torroja

Fuente: *http://bit.ly/3bZUOH*

Volumen:

Imagen 5.6.
Fuente: *http://bit.ly/2HNmWyN*

- **La maceta en forma de dodecaedro regular (Imagen 5.6.) tiene una altura de 18 cm, calcule la cantidad acrílico transparente que se necesitó para construirlo.** ***Respuesta:*** *1236,37* cm^2

Área:

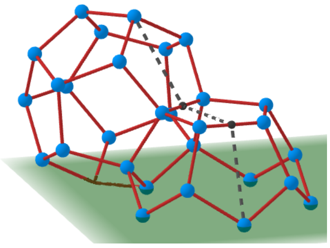


Figura 5.1.
Fuente: *Autoría propia*

- **En la estructura para escalar en forma de dodecaedro regular de 90 cm de arista, el niño José se sube a la cumbre haciendo el recorrido señalado con línea entrecortada. ¿Cuál es la distancia que recorrió?** ***Respuesta:*** *394,80 cm*

Distancia recorrida:

8 **Ingrese al siguiente link y conteste las preguntas de la página 219 de su guía.**

Link: http://bit.ly/OA-1co

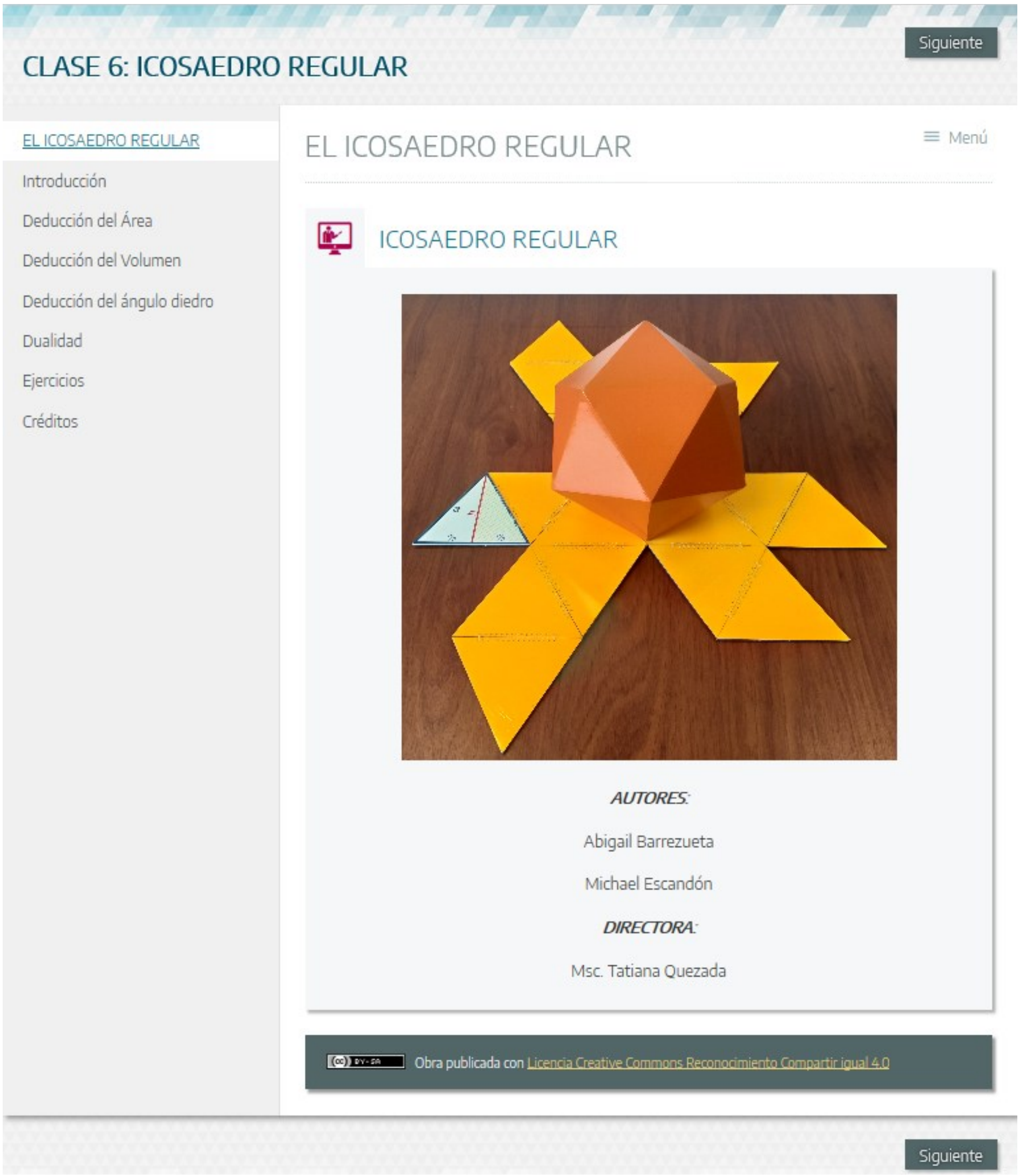


Imagen 5.7.

Fuente: *Autoría propia*

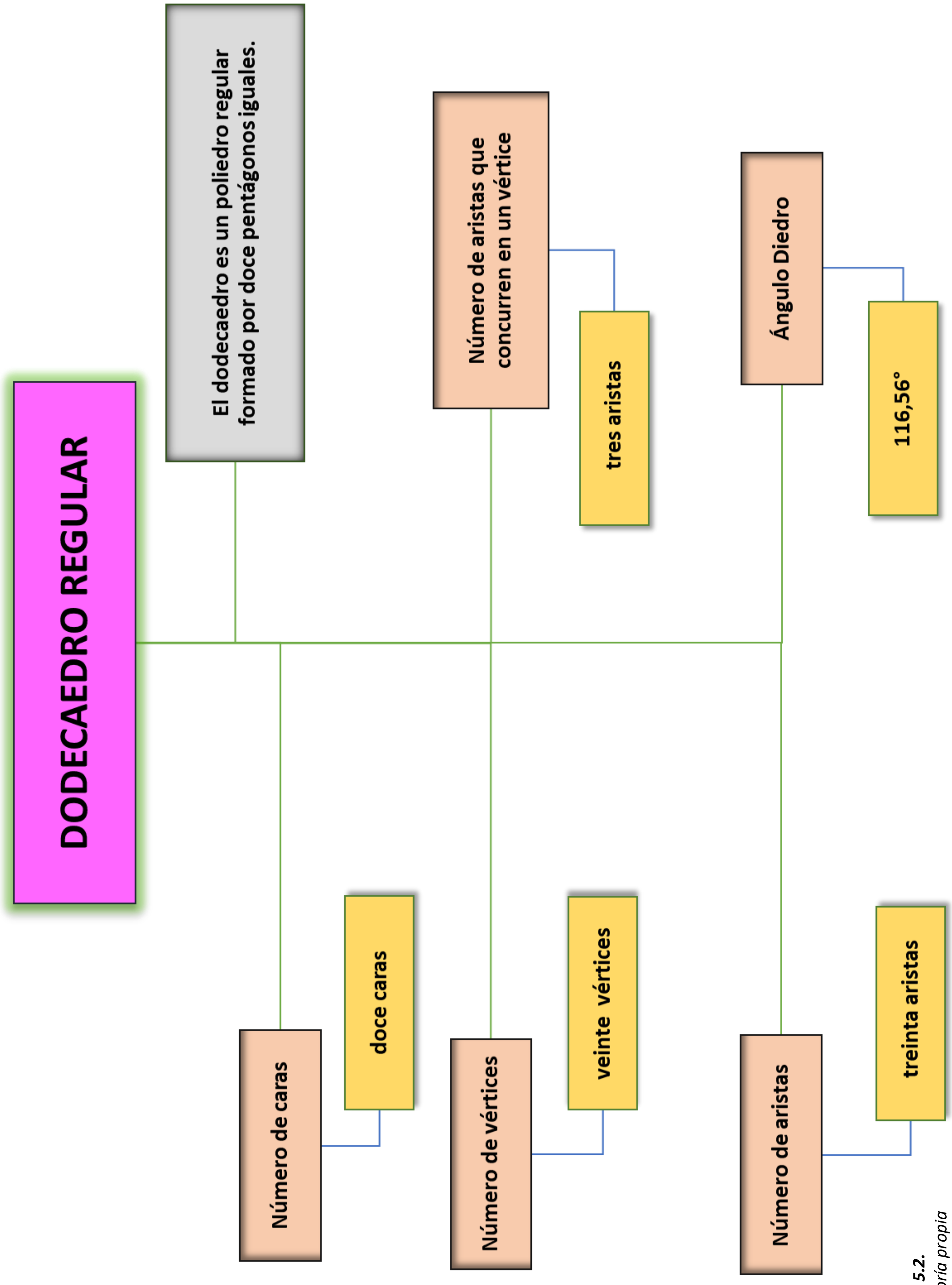
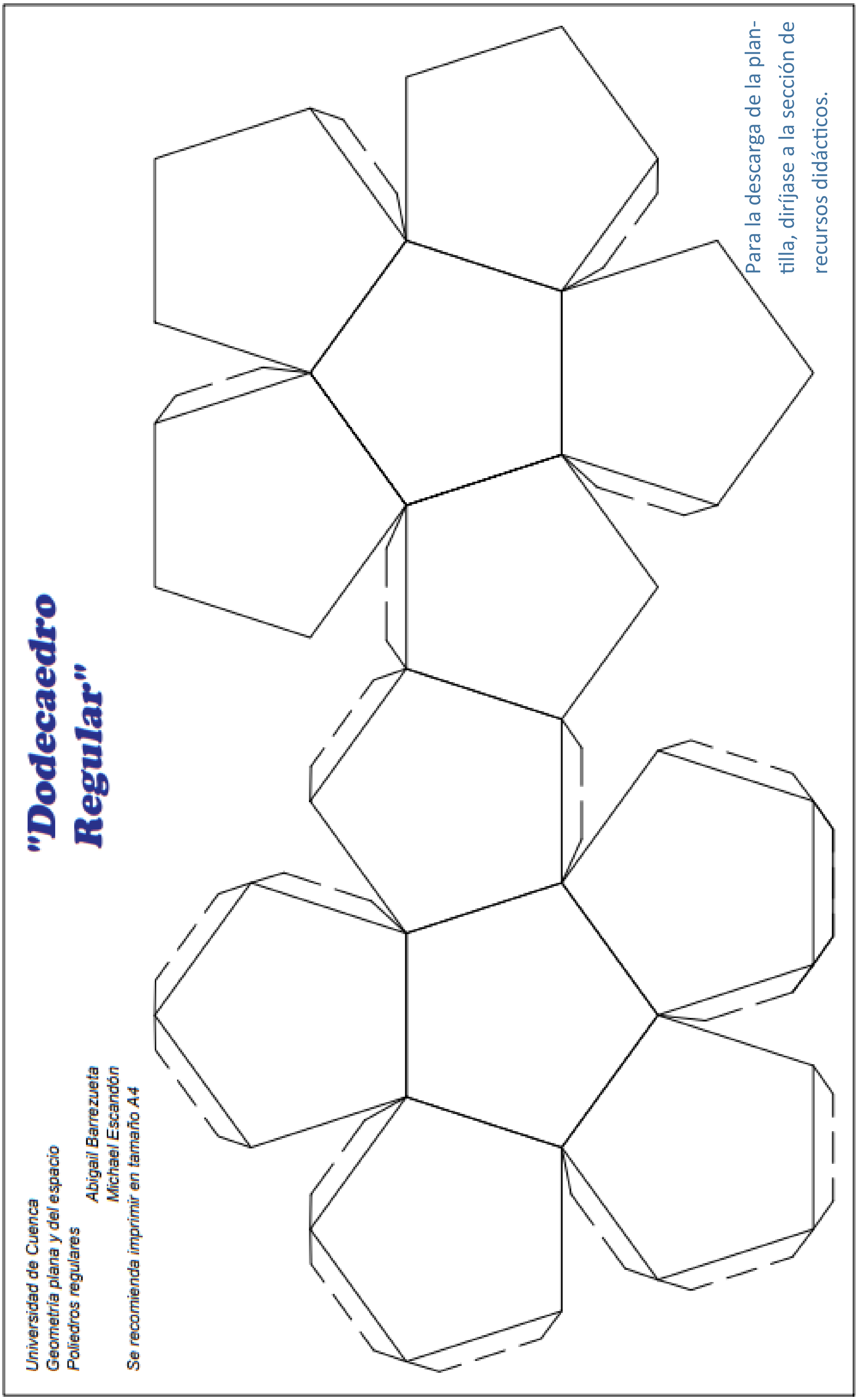


Figura 5.2.
Fuente: *Autoría propia*



Para la descarga de la plantilla, diríjase a la sección de recursos didácticos.

CLASE 6

ICOSAEDRO REGULAR

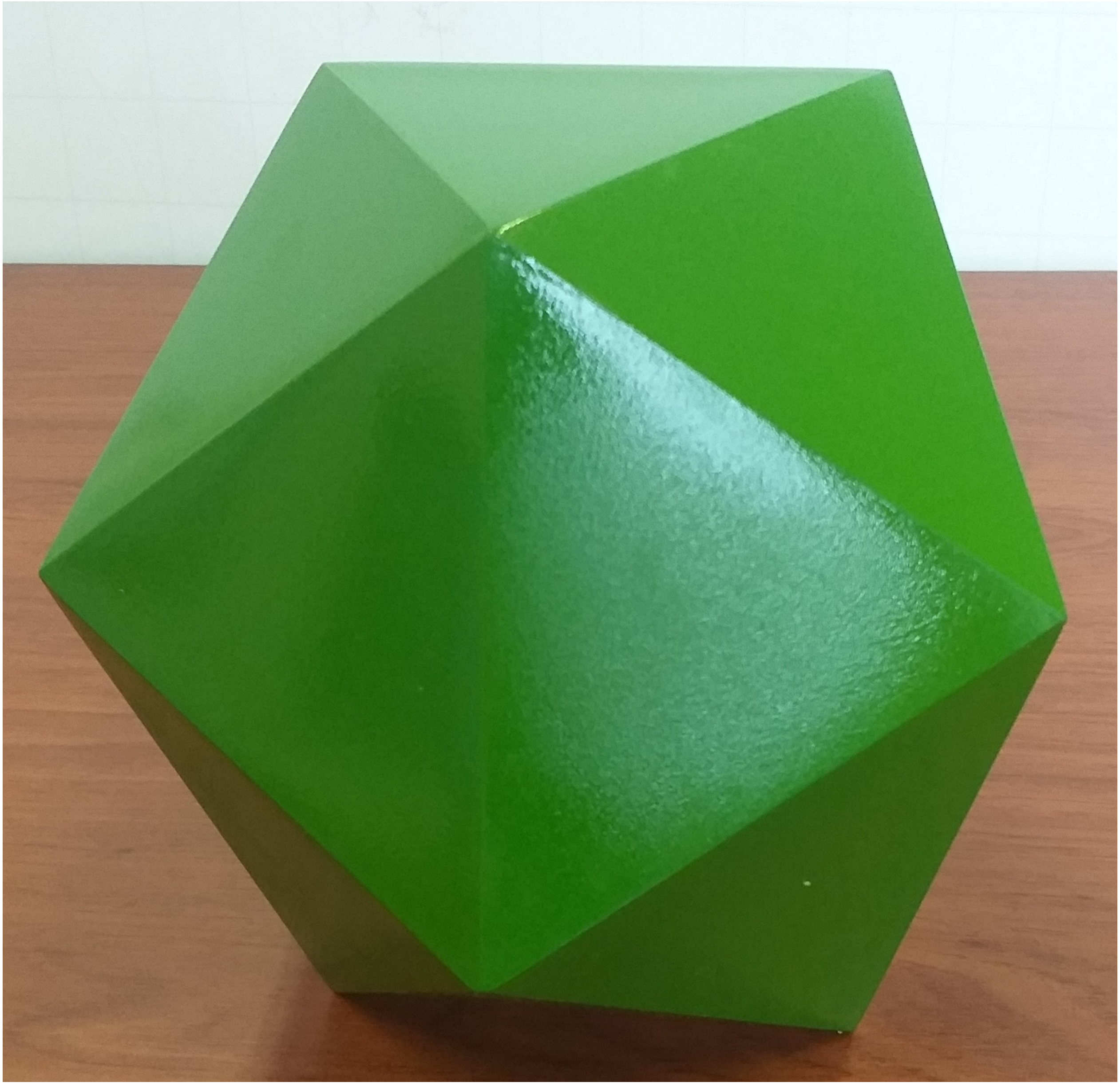


Imagen 6.1.
Fuente: *Autoría propia*

1 **Conteste las siguientes interrogantes:**

- ¿En qué polígono se descompone el poliedro para deducir su área?

____

- ¿Cuál es el área de un triángulo equilátero de lado a?

- ¿Cuál es el área del poliedro regular?

- Al momento de deducir la formula del volumen, ¿qué se recomienda hacer con el sólido?

____

- ¿Cuál es la fórmula del volumen de una sola pirámide que conforma el sólido? Y ¿Cuál es el volumen de icosaedro regular?

- ¿Cuál es el valor del ángulo diedro del sólido?

- ¿Cuál es el dual del icosaedro regular?, ¿por qué?

____

2 **Luego de realizar la actividad que involucre el caleidoscopio poliédrico, responda las siguientes preguntas:**

- ¿En qué consiste el caleidoscopio poliédrico?

____
____
____
____

- ¿Qué se observa al introducir la pirámide al colocar en el caleidoscopio?

———

- ¿Cómo se relaciona el fenómeno observado con el video del volumen del icosaedro regular visto en el O.A?

———
———

3 **Trabaje con las pirámides que utilizó en el caleidoscopio poliédrico, y determine el área y volumen del icosaedro regular.**

- ¿Qué dimensión tiene la arista del poliedro virtual?
- ¿Cuál es el área total de icosaedro virtual?
- ¿Cuánto es el área física y el área virtual del icosaedro formado por el caleidoscopio?
- ¿Cuál es el volumen del icosaedro regular virtual?

3 **Resolver los siguientes ejercicios**:

- El monumento en honor al matemático Fra Luca Pacioli ubicado en Urbino, Italia tiene una altura de 3,50 m. Calcule las dimensiones de sus aristas, el área y el volumen que tendría el monumento si este fuera cerrado.

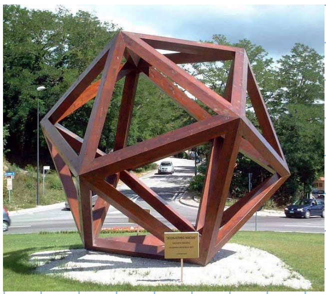


***Imagen 6.2.** "Monumento al matemático Fra Luca Pacioli*

Fuente: http://bit.ly/2oRMsD

Arista:

Área:

Volumen:

- En la imagen se presenta el icosaedro regular con su dual. Sabiendo que la arista del dodecaedro inscrito mide 10 cm, calcule la longitud de la arista del icosaedro y la diferencia de volumen entre los dos sólidos.

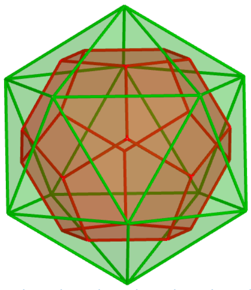


Figura 6.1.

Fuente: *Autoría propia*

Arista del icosaedro:

Diferencia de volumen:

- El balón de fútbol se forma truncando un icosaedro regular. Si el icosaedro regular medía 15 cm de lado, calcule el volumen del balón y la cantidad necesaria de cuero sintético para recubrirlo. Considere que los hexágonos y pentágonos que se forman luego del corte son regulares. (Las caras de color blanco forman parte de las caras originales del icosaedro mientras que las caras azules se forman a partir de los cortes.)

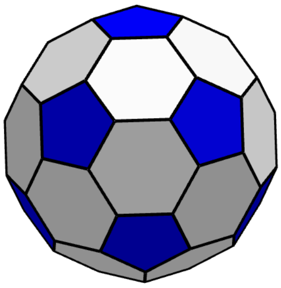


Figura 6.2.
Fuente: *Autoría propia*

Cantidad de cuero sintético:

Volumen del balón:

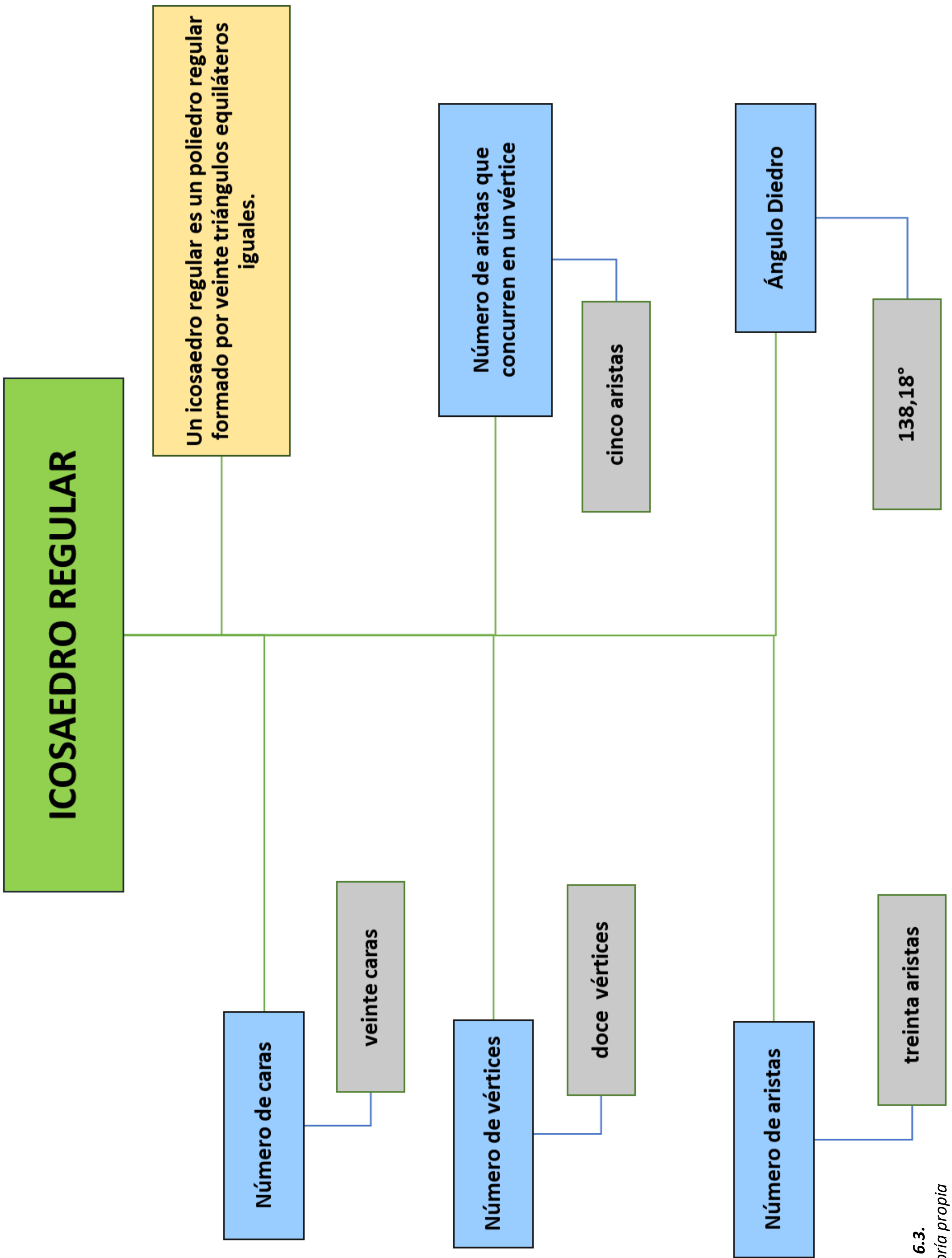
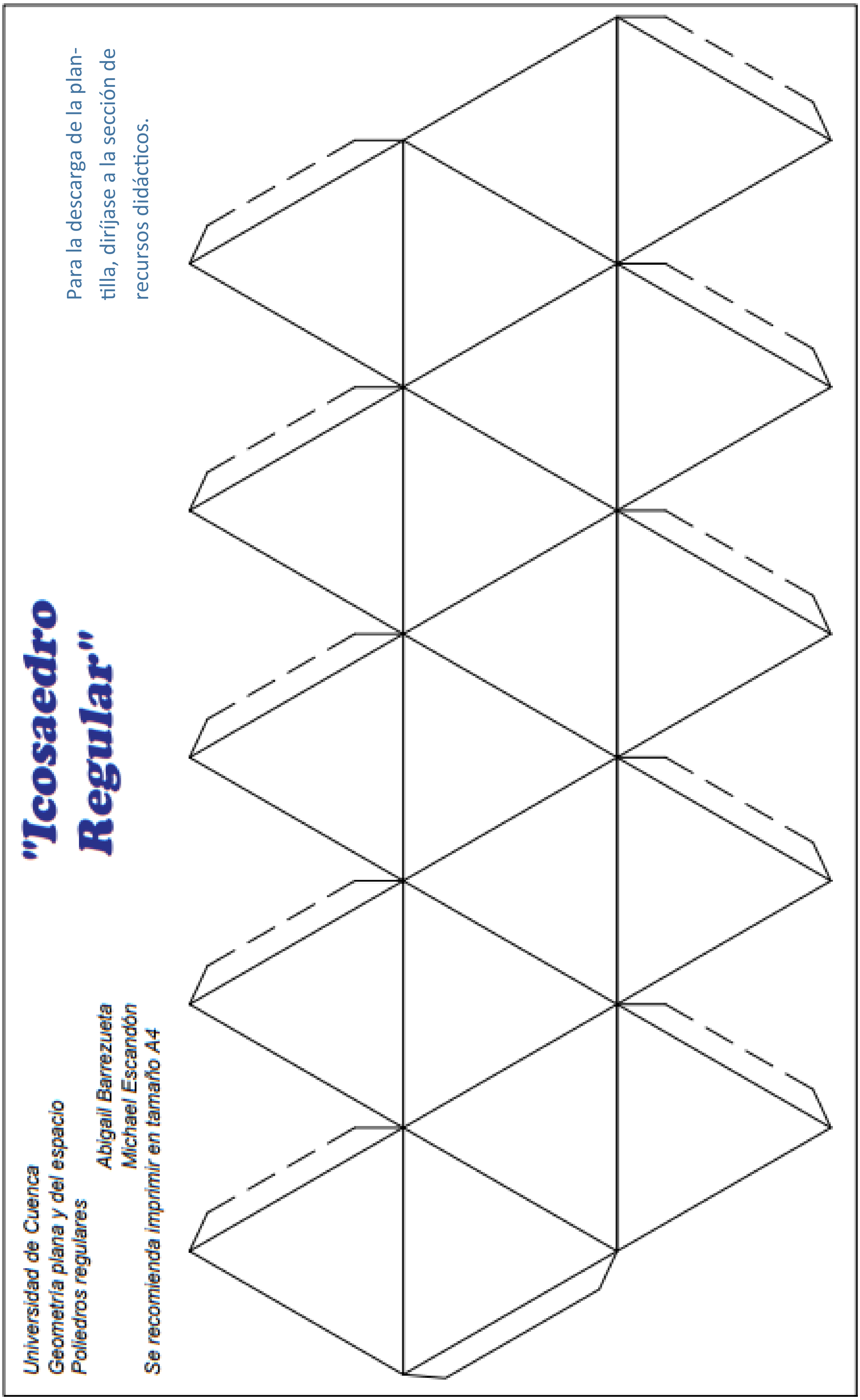


Figura 6.3.
Fuente: *Autoría propia*


"Icosaedro Regular"
Para la descarga de la plantilla, diríjase a la sección de recursos didácticos.
Universidad de Cuenca
Geometría plana y del espacio
Poliedros regulares
Abigail Barrezueta
Michael Escandón
Se recomienda imprimir en tamaño A4

RECURSOS DIDÁCTICOS

- **Recurso para la clase 2:**

  http://bit.ly/pr1_p1ra

- **Enlace para la descarga de plantillas de los poliedros regulares:**

  http://bit.ly/plantillas-regulares

- **Enlace para el video del dodecaedro regular:**

  http://bit.ly/DodeCA-Video

- **Objeto de Aprendizaje del icosaedro regular:**

  http://bit.ly/OA-1co

LINCOGRAFÍA

http://bit.ly/plantillas-regulares

http://bit.ly/2Vrv5RC

http://bit.ly/5PoLiedros

http://bit.ly/2Tk1q19

http://bit.ly/2T3nuam

http://bit.ly/3bUTvIT

http://bit.ly/2L4uq9

http://bit.ly/2SHyGJz

http://bit.ly/38L6R8y

https://pin.it/7rkueypkgzkyjs

http://bit.ly/2PVPR3

http://bit.ly/2HNmWyN

http://bit.ly/384Vuas

http://bit.ly/2HRs993

http://bit.ly/38pZEd

https://definiciona.com/dodecaedro/

https://plazacielotierra.org

http://bit.ly/OA-1co

http://bit.ly/2oRMsD

"Nunca consideres el estudio como una obligación, sino como una oportunidad para penetrar en el bello y maravilloso mundo del saber"

Albert Einstein

Esta guía didáctica forma parte del trabajo "**Estrategia metodológica para la enseñanza de Poliedros regulares en Geometría plana y del espacio"**
Trabajo de titulación previo a la obtención del Título de Licenciados en Ciencias de la Educación en Matemáticas y Física

AUTORES:

Eulalia Abigail Barrezueta Nieves

abigail.barrezueta95@gmail.com

Michael Joseph Escandón Jordán

michael.escandon@outlook.com

DIRECTORA:

Msc. Tatiana Gabriela Quezada Matute

Universidad de Cuenca

Carrera de Matemáticas y Física

2020

CONCLUSIONES

Los estudiantes de la carrera de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca presentan dificultades en la materia de Geometría plana y del espacio en el tema de Poliedros regulares, éstas en consecuencia por el poco uso de estrategias y recursos que conlleven clases activas.

Los contenidos de la asignatura de Geometría no fueron aprendidos significativamente, particularmente en el análisis de los Poliedros regulares; en donde la mayor parte de la población alcanzó una calificación regular, demostrándose la falta de conocimiento y destrezas como la visualización espacial, factor muy importante en el estudio de figuras tridimensionales.

Por las dificultades que presentan en el tema de sólidos, los estudiantes manifiestan que los recursos didácticos: material concreto, software educativo, guía didáctica son relevantes para su estudio debido a que estos contribuyen de forma significativa en la comprensión, especialmente el material concreto puesto que con él tendrán la oportunidad de experimentar, manipular y observar detalladamente cada uno de los elementos que conforman el sólido para posteriormente formular sus propios conceptos.

La implementación de una guía didáctica es favorable para el proceso educativo, pues mediante clases estructuradas con sus respectivas estrategias metodológicas e integración de recursos didácticos promueve que las clases sean más activas, haciendo que el alumno sea el protagonista principal en la construcción del nuevo conocimiento, asumiendo el docente el rol de guía o mediador.

RECOMENDACIONES

Una vez finalizado este trabajo de titulación se recomienda:

- Aplicar estrategias/técnicas que favorezcan al desarrollo de la clase, propiciando clases activas.

- En el estudio de la Geometría plana y del espacio es indispensable emplear recursos didácticos, que ayuden a mejorar la comprensión del análisis del sólido, como el material concreto ya que mediante su manipulación el estudiantado asimilará los nuevos contenidos de una madera más didáctica.

- Relacionar los conceptos geométricos con situaciones reales, en el que permita al estudiante aprender significativamente.

- Es importante aportar con más investigaciones en la Geometría, para identificar qué otros factores inciden en la comprensión de estas temáticas, y poder formular las posibles soluciones.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Ábrate, R., Delgado, G., & Pochulu, M. (2006). Caracterización de las actividades de Geometría que proponen los textos de Matemática. *Revista Iberoamericana de Educación*, *39*(1), 1-9.

Báez, D. & Hernández, S. (2002). *El Uso de Material Concreto para la Enseñanza de la Matemática.* Taller de Matemáticas del Centro de Ciencia de Sinaloa. Obtenido Noviembre, 13, 2007.

Blanco, M. I. (2012). *Recursos didácticos para fortalecer la enseñanza-aprendizaje de la economía. Aplicación a la Unidad de Trabajo "Participación de los trabajadores en la empresa"* (Tesis de maestría). Universidad de Valladolid, España. Recuperado de: https://uvadoc.uva.es/bitstream/handle/10324/1391/TFM-E%201.pdf;jsessionid=00D4195DBA291F222E26C4FC67132908?sequence=1

Blanco, S., & Sandoval, V. (2014). *Teorías constructivistas del aprendizaje*. Santiago de Chile: Universidad Academia de Humanismo Cristiano

Castiblanco, A., Urquina, H., Camargo, L. & Acosta, M. (2004). *Pensamiento Geométrico y Tecnologías Computacionales: Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de la Educación Básica Secundaria y Media de Colombia*. Colombia: Ministerio de Educación Nacional. Enlace Editores Ltda.

Coll, C., Matín, E., Mauri, T., Miras, M., Onrubia, J., Solé. I., & Zabala., A. (1993). El constructivismo en el aula (Vol. 111). Barcelona: Editorial GRAÓ, de IRIF, S.L.

Condemarín, M. (2000). *Estrategias de enseñanza para activar los sistemas cognitivos de los estudiantes.* Lectura y vida, 21(2), 26-36.

Díaz Lucea, J. (1996): *"Los recursos y materiales didácticos en Educación Física".* Apunts: Educaciò Física i Esports, nº 43

Dirección de Investigación y Desarrollo Educativo del Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey (1999).*Las estrategias y técnicas didácticas en el rediseño: Capacitación en estrategias y técnicas.* Monterrey, México: Instituto Tecnológico y de

Estudios Superiores de Monterrey. Recuperado de: http://sitios.itesm.mx/va/dide/documentos/inf-doc/Est_y_tec.PDF

Federación de enseñanza Comisiones Obreras de Andalucía. (2009). La importancia de los recursos didácticos en la enseñanza. *Temas para la educación* (4). Recuperado de: https://www.feandalucia.ccoo.es/docu/p5sd5407.pdf

Federación de enseñanza Comisiones Obreras de Andalucía. (Marzo, 2011). Uso didáctico del video. *Temas para la educación* (13). Recuperado de: https://www.feandalucia.ccoo.es/docu/p5sd8279.pdf

Fernández, M. (2009). *Outdoor training y la educación en valores* (Primera ed.). Sevilla, España: Wanceulen Editorial Deportiva. S.L.

Gamboa Araya, R., & Ballestero Alfaro, E. (2010). *La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes*. Revista Electrónica Educare, XIV (2), 125-142.

García Hernández, I., & de la Cruz Blanco, G. D. (2014). Las guías didácticas: recursos necesarios para el aprendizaje autónomo. Edumecentro, 6(3), 162-175.

González, C. (2012). Aplicación del constructivismo social en el aula. Guatemala: IDIE y OEI

Guillén, G. (2010). ¿Por qué usar los sólidos como contexto en la enseñanza/aprendizaje de la geometría?,¿y en la investigación? In Investigación en educación matemática XIV (pp. 21-68). Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.

Gutiérrez, A. (2008). El profesor como mediador o facilitador del aprendizaje. *Universidad autónoma metropolitana. México: ANUIES (Universidad Autónoma Metropolitana Unidad Iztapalapa). Recuperado de: http://sgpwe.izt.uam.mx/files/users/virtuami/file/El_profesor_como_mediador.pdf*.

Instituto Internacional de Planeamiento de la Educación (2000). *Diez módulos destinados a los responsables de los procesos de transformación educativa: Trabajo en equipo.* Buenos Aires, Argentina: UNESCO. Recuperado de: http://eduteka.icesi.edu.co/gp/upload/modulo09.pdf

López, L. (2017). *MATEMÓTICA: Una caja de herramientas co-creativas para una matemática con sentido y significado*. Universidad Nacional de Colombia.

Manrique, A. & Gallego, A. (2013). El material didáctico para la construcción de aprendizajes significativos. *Revista Colombiana de Ciencias Sociales*, 4(1), 101-108.

Martínez, J. (2004). *Estrategias metodológicas y técnicas para la investigación social*.

Merla, A. & Yáñez, C. (2016). El aula invertida como estrategia para la mejora del rendimiento académico. *Revista mexicana de bachillerato a distancia*, *8*(16), 68-78.

Ministerio de Educación del Ecuador (2012). *Tecnología de la información y la comunicación aplicadas a la educación. Recuperado de:* https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2013/03/SiProfe-TIC-aplicadas.pdf

Montesdeoca, L. (2014). *Diseño de estrategias metodológicas innovadoras de enseñanza con la aplicación de las ntics para los docentes del área de formación cristiana de la unidad educativa: "Giovanni Antonio Farina".* Quito, Ecuador: Pontificia Universidad Católica del Ecuador.

Mora, S, J. A. (1995). Los recursos didácticos en el aprendizaje de la Geometría. *Uno: Revista de didáctica de las matemáticas, (3), (pág. 101-115).*

Olfos, R. & Villagrán, E. (2001). Actividades lúdicas y juegos en la iniciación al álgebra. *Revista Integra*, *5*, 39-50.

Parra, D. (2003). *Manual de estrategias de enseñanza/aprendizaje*. Medellín, Colombia: Servicio Nacional de Aprendizaje.

Piaget, J. (1998). Introducción a Piaget: pensamiento, aprendizaje y enseñanza. México: Longman, S.A.

Quintero, J. (2011). La importancia de las estrategias en el ámbito educativo. *Cuadernos de educación y desarrollo*, 3(27).

Quiroz, M. (2003). *Hacia una didáctica de la investigación*. México: Editorial Aula

Rodríguez, M. (2008). *La teoría del aprendizaje significativo en la perspectiva de la psicología cognitiva.* Barcelona: Editorial Octaedro.

Rodríguez, M. (2011). *La teoría del aprendizaje significativo: una revisión aplicable a la escuela actual*. IN. Investigació i Innovació Educativa i Socioeducativa, 3(1), 29-50.

Sgreccia, N., Amaya, T., & Massa, M. (2012). ¿Qué dicen los docentes, futuros docentes y formadores de docentes sobre su formación en didáctica de la geometría 3d? *Quaderni di Ricerca in Didattica (Mathematics)*, *22*, 1-20.

Siso, J. (2012). *Técnica de la pregunta*. Universidad Pedagógica Experimental Libertador: Venezuela. Recuperado de: https://educrea.cl/wp-content/uploads/2016/02/DOC-tecnica_de_la_pregunta.pdf

Vidal, M., Gómez, F. & Ruiz, A. (2010). Software educativos. *Educación Médica Superior*, *24*(1), 97-110. Recuperado de: http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0864-21412010000100012&lng=es&tlng=es

Villarroel, S., & Sgreccia, N. (2011). *Materiales didácticos concretos en Geometría en primer año de Secundaria*. Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas, 78, 73-94.

ANEXOS
ANEXO 1: ENCUESTA

UNIVERSIDAD DE CUENCA
FACULTAD DE FILOSOFÍA, LETRAS Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
Carrera de Matemáticas y Física
ENCUESTA

Estimado estudiante, se realizará esta encuesta con el motivo de desarrollar el Trabajo de Titulación con el tema "ESTRATEGIA METODOLÓGICA PARA LA ENSEÑANZA DE POLIEDROS REGULARES EN GEOMETRÍA PLANA Y DEL ESPACIO". Le agradeceremos por brindarnos su tiempo y responder las siguientes preguntas con toda sinceridad.
Los datos que en ella se consignen se tratarán de forma anónima.

CICLO:…………………………… FECHA:………………………………..

1. **El docente que impartió la asignatura de Geometría Plana y del Espacio para brindar una explicación clara y oportuna utilizó:**

	Estrategias
	Mapas conceptuales
	Resolución de ejercicios
	Elaboración de proyectos
	Exposición del docente
	Simulaciones
	Otra (especifique): ________________ ______________________________

2. **Con una valoración del uno al cinco, en donde 1 es nunca y 5 es siempre, exprese si el docente cumplió sus expectativas e impartió clases en que la mayoría de sus contenidos fueron entendidos correctamente.**

1	2	3	4	5

3. **Con una valoración del uno al cinco, en donde 1 es muy fácil y 5 es muy difícil ¿Qué tan complejo es para usted al analizar una figura de tres dimensiones (sólidos) en el plano?**

1	2	3	4	5

4. **Al momento de analizar un sólido en el plano, esto se le dificulta debido a (Puede señalar más de una opción):**

	Distorsión del sólido (debido a la perspectiva)
	Dificultad en la visualización espacial
	Falta de habilidades de dibujo
	Falta de conocimientos en geometría plana
	Otras (especifique): ____________________ ____________________________________

5. **La asignatura de geometría plana y del espacio, para usted es (Puede señalar más de una opción):**

	Abstracta
	Mecánica
	Compleja
	Concreta
	Memorística

6. **¿Cómo fue abordado el tema de sólidos de la asignatura de geometría? (Puede señalar más una opción)**

	Teoría y conceptos
	Demostración de teoremas
	Resolución de problemas
	Memorización de fórmulas
	Uso de software
	Ejercicios sobre áreas, perímetros y volúmenes
	Dibujo de sólidos en el plano
	Construcción de los sólidos
	Otros (especifique): _____________________ ____________________________________

7. **Enumere del uno al siete, considerando que uno es muy importante y siete poco importante, de los siguientes materiales cuáles cree que se complementan a su forma de aprendizaje.**

	Videos educativos
	Software educativo
	Material concreto
	Animaciones
	Pizarra
	Formularios
	Guía didáctica

8. **Señale los aspectos que mejorarían la enseñanza con el uso de material concreto.**

	Motiva la curiosidad
	Genera interés hacia la asignatura
	Fomenta la participación estudiantil
	Mayor comprensión de los contenidos y conceptos
	Promueve el aprendizaje significativo
	Mejora la visualización espacial (Habilidad para reconocer, visualizar, representar y transformar formas geométricas)

9. **¿Qué recursos didácticos fueron utilizados por el docente para impartir geometría del espacio? (Puede señalar más de una opción)**

	Libro de texto
	Cuaderno
	Pizarra
	Material concreto
	Herramientas de dibujo técnico
	Recursos audiovisuales
	Software
	Otros (especifique): ____________________ ______________________________

ANEXO 2: PRUEBA

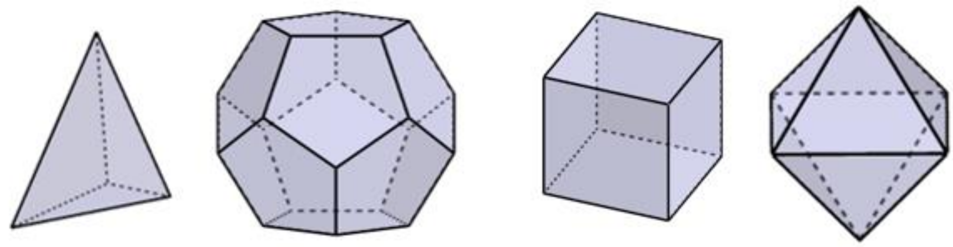
PRUEBA DE CONOCIMIENTOS

A continuación, se le presenta una serie de preguntas para reevaluar sus conocimientos con respecto al contenido de poliedros regulares de la materia de Geometría Plana y del Espacio.

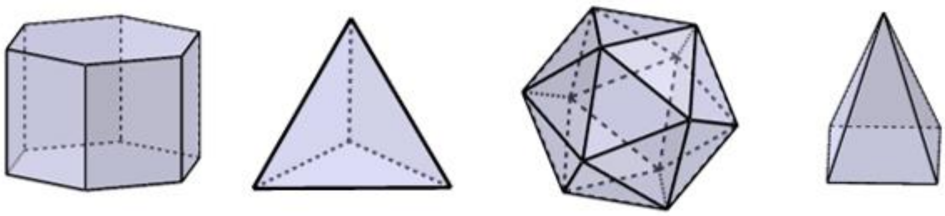
1. Indique cuantos poliedros regulares existe

....

2. Reconozca y nombre únicamente los poliedros regulares.

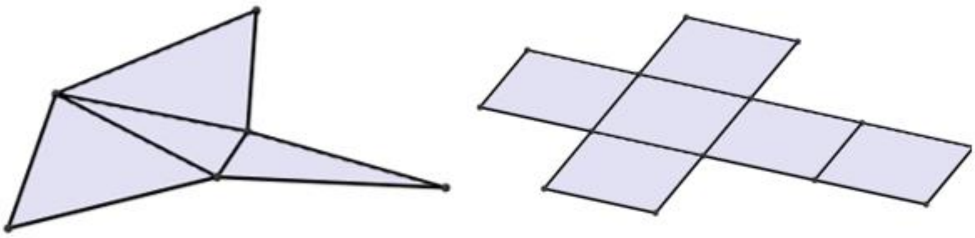


a) .... b) .... c) .... d) ....

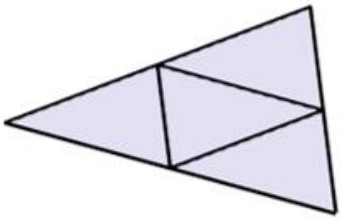


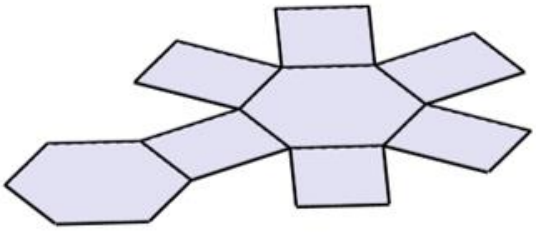
e) .... f) .... g) .... h) ....

3. A continuación, se le presenta plantillas para la construcción de poliedros. Señale las que pertenecen a los poliedros regulares.



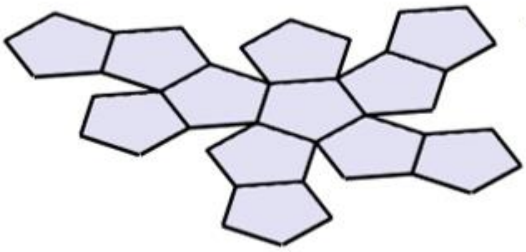
a) .... b) ....

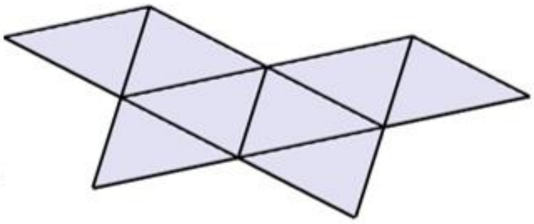




c) ....

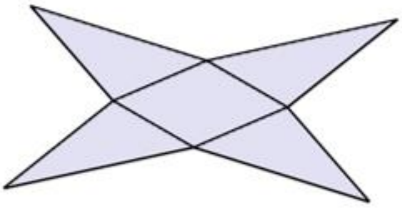
d) ....

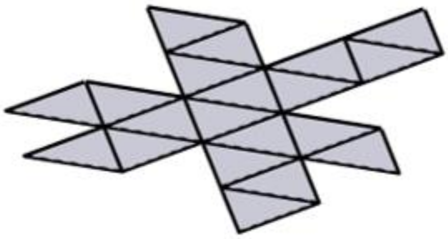




e) ....

f) ....





g) ....

h) ....

4. Los poliedros regulares son también conocidos como ....
debido a ....

ANEXO 3: DISEÑO DE TRABAJO DE TITULACIÓN

TEMA

"ESTRATEGIA METODOLÓGICA PARA LA ENSEÑANZA DE POLIEDROS REGULARES EN GEOMETRÍA PLANA Y DEL ESPACIO"

ANTECEDENTES

La geometría cumple un papel trascendental en las vivencias diarias de las personas pues, tiene una gran aplicabilidad en diversos contextos ya que todo lo que nos rodea tiene forma geométrica que de alguna manera se conocen por experiencias o conocimientos previos. Destacando su importancia en el ámbito educativo, ésta promueve el desarrollo de habilidades en los estudiantes para visualizar, pensar críticamente, intuir, razonar y argumentar de manera lógica (Gamboa & Ballestero, 2010). Sin embargo, lo mencionado no se cumple en todos los estudiantes pues, Obara (2009) encontró que algunos de ellos presentan dificultades con las actividades que implican la memoria espacial, ya que no han tenido experiencias con objetos tridimensionales en su escolaridad básica, dando como resultado una escaza comprensión de los contenidos.

Esta escasa comprensión se produce debido a que el proceso de enseñanza- aprendizaje de dicha materia, se ha centrado en métodos tradicionalistas pues, el recurso más utilizado por parte de los docentes es el libro de texto (Ábrate, Delgado & Pochulu, 2006). Este representa un medio de características limitadas para el desarrollo de una clase efectiva, es decir, se sigue un proceso mecánico de memorización de nombres y fórmulas, además, Gamboa & Ballestero (2010) afirman que "frecuentemente la enseñanza de esta disciplina se ha limitado a reconocer figuras y dibujarlas en el papel" (p.129) dejando de lado la manipulación de los objetos tridimensionales resultando una brecha entre lo bidimensional y lo tridimensional, generando dificultades en la visualización de las dimensiones de un objeto, haciendo que las clases sean abstractas y además carentes de ejemplos de la vida cotidiana.

La problemática mencionada se ha presentado al abordar la temática de poliedros regulares de la materia de Geometría plana y del espacio perteneciente de la carrera de Pedagogía de las ciencias experimentales: Matemáticas y Física.

PROBLEMA

El estudio de los sólidos, en el tema de poliedros regulares de la materia de Geometría plana y del espacio, genera dificultades en la comprensión para los estudiantes de la carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales: Matemáticas y Física debido a que se los estudia en el plano, sin ejemplos contextuales, ni aplicaciones prácticas.

Preguntas:

- ¿Qué dificultades existen en la comprensión del tema de poliedros regulares?
- ¿Cómo una estrategia metodológica puede ayudar a mejorar la comprensión del tema de poliedros regulares?

OBJETIVOS

Objetivo General:

- Elaborar una estrategia metodológica para la enseñanza del contenido sobre poliedros regulares en la materia de Geometría plana y del espacio para los estudiantes de la carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales: Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca.

Objetivos Específicos:

- Diseñar una guía didáctica para uso del docente donde se propicie clases activas y el uso de material concreto para la enseñanza de poliedros regulares en la carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales: Matemáticas y Física.
- Construir material concreto para facilitar la comprensión del contenido sobre poliedros regulares para la carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales: Matemáticas y Física.

JUSTIFICACIÓN

Nuestra motivación para realizar este proyecto es que, como estudiantes de la Carrera de Matemáticas y Física, ya hemos formado parte de este proceso y evidenciado que estudiar la geometría del espacio, en especial el tema de poliedros regulares, se lo ha venido haciendo en una pizarra u hoja de papel, lo que causó dificultades en la comprensión de dichos sólidos, por ser analizados en dos dimensiones. Por esta razón, es que deseamos apoyar la labor docente para que los compañeros que tengan que abordar esta temática, lo hagan de una manera exitosa evitando las dificultades mencionadas.

Considerando que el rol del docente es un factor clave en el proceso de enseñanza-aprendizaje, es necesario que este posea diversos métodos y recursos para impartir una enseñanza eficaz y a su vez que el aprendizaje sea significativo para el educando, es por esto que surge este proyecto de titulación.

La propuesta de este proyecto es la aplicación de una estrategia metodológica para brindar una enseñanza efectiva y por ende un aprendizaje significativo pues, el uso adecuado de estrategias en este proceso de enseñanza-aprendizaje es una de las mejores alternativas para promover que el estudio de la geometría plana y del espacio, particularmente el tema de poliedros regulares, para que no sean vistos como algo complejo al momento de ser estudiadas, más bien sean atractivas y de fácil comprensión para el estudiante. Para ello, se desea dar uso de material concreto y su respectiva guía didáctica.

El uso de material concreto ayudará a promover el interés por el conocimiento y facilitará la comprensión del educando pues, Báez & Hernández (2002) refieren que el uso de este recurso permite al estudiante la posibilidad de usar su intuición y razonamiento, aumenta sus conocimientos matemáticos con la manipulación directa y pueden argumentar sus propios conceptos.

Además, se diseñará una guía didáctica para el docente, como una herramienta que permitirá mejorar la enseñanza del contenido mencionado, pues en ella se incluye toda información necesaria para el correcto uso y manejo provechoso de los elementos, actividades y contenidos que conforman la asignatura, mediante clases activas. Consta de procedimientos, estrategias metodológicas, recursos didácticos y actividades que serán desarrolladas por los estudiantes; una guía didáctica bien estructurada, será una de las mejores herramientas para orientar la enseñanza y favorecer el aprendizaje (García & Cruz Blanco, 2014).

A partir de esto, surge la importancia de este proyecto de titulación, ya que, la carrera como formadora de futuros docentes necesita que los estudiantes dominen estos contenidos y a su vez adquieran habilidad en su uso y por ende tengan destrezas para desenvolverse en el aula cuando ejerzan la profesión.

MARCO TEÓRICO

La Geometría es una de las ramas de las matemáticas más intuitiva, concreta y de gran aplicabilidad en contextos ligados a la realidad pues, permite al ser humano satisfacer sus necesidades en diversos campos como la arquitectura, cartografía, arte, etc. Lo que implica que se considere importante y que su estudio sea relevante en el sistema de educación formal. Esto quiere decir, que los contenidos de geometría se deben abordar utilizando metodologías y recursos acordes al contexto en que se desarrolla la clase, asegurando así una correcta compresión y consolidación adecuada de los mismos.

Uno de los temas que está relacionado con la geometría espacial son los poliedros regulares, estos son cinco sólidos, donde sus caras son polígonos regulares iguales, cada uno de estos están conformados por cierta cantidad de caras, de cuatro a veinte caras; por consiguiente, al pasar estas figuras de tres dimensiones a dos dimensiones se crea confusión en los estudiantes porque dichos solidos se ven distorsionados en comparación con la realidad, a más de esto, va a existir dificultades de comprensión, por la falta de destrezas por parte del alumno, tal es el caso de la visualización espacial, donde esta habilidad juega un papel importante en el estudio de la geometría espacial. (Guillén, 2010).

Sustentando a lo citado anteriormente, Gamboa & Ballestero (2010) mencionan que: "esta disciplina se ha enfatizado en la memorización de fórmulas para calcular áreas y volúmenes, así como definiciones geométricas, teoremas y propiedades, apoyadas en construcciones mecanicistas y descontextualizadas" (p.127). Es decir, su enseñanza-aprendizaje ha tenido un enfoque tradicionalista, ésta refiere que las clases se han centrado en la reproducción y acumulación de conocimientos, basados en el discurso expositivo del docente, provocando que el estudiante no razone e interiorice los contenidos que aborda, por ende, no comprenda y logre un aprendizaje significativo.

Por tanto, para hacer frente a la problemática, el docente debe hacer uso de los modelos pedagógicos para la construcción de los conocimientos, por lo que, este proyecto se fundamentará en la teoría constructivista que se vuelve eficaz gracias al aprendizaje significativo. La teoría constructivista hace referencia a que el conocimiento ocurre como un proceso mental de la persona que se desarrolla internamente según éste va adquiriendo información e interactuando con su entorno (Carretero, 1997). Que a su vez se complementa con el aprendizaje significativo ya que, las interacciones de conocimientos previos con los nuevos hacen que en conjunto adquieran significatividad para la persona y mayor estabilidad cognitiva (Moreira, 2012).

Además, para complementar el proceso de enseñanza-aprendizaje, es preciso que el docente haga uso de estrategias metodológicas, pues, Según Quiroz (citado por Martínez, 2014) "son las formas de lograr nuestros objetivos en menos tiempo, con menos esfuerzo y mejores resultados", de una manera más concreta, implica que sean un conjunto de procedimientos que el docente utiliza para promover aprendizajes significativos en sus estudiantes, involucrando a su vez actividades que se realizarán conscientemente para llegar a un fin determinado. Forman parte de la estrategia metodológica el material concreto y la guía didáctica.

El material concreto es un instrumento, objeto o elemento que se usa en el aula de clases, con el objetivo de que el estudiante utilice e interactúe, aportando una mejor comprensión y visualización de la temática que se vaya a estudiar, ya que, mediante la manipulación y experiencia, el estudiante puede adquirir y concebir los contenidos de una mejor manera (Gamboa & Ballestero, 2010).

Otro recurso que favorece a este proceso es la guía didáctica, esta es una herramienta que brinda varios beneficios al momento de impartir una clase, por tanto, está estructurada con procedimientos, estrategias, recomendaciones para el uso los materiales concretos, actividades y evaluaciones para los estudiantes, entre otras; pues, García & Cruz (2014) afirman que la guía "constituye un recurso trascendental porque perfecciona la labor del profesor en la confección y orientación de las tareas docentes como célula básica del proceso enseñanza aprendizaje, cuya realización se controla posteriormente en las propias actividades curriculares" (p.165).

METOLOGÍA DEL TRABAJO

ETAPAS	MÉTODOS	TÉCNICAS	RESULTADOS ESPERADOS
FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA	Analítico-sintético Deductivo	Resúmenes Ensayos Subrayado	Fundamentar teóricamente: • la difícil comprensión en el estudio de poliedros regulares. • Enfoque constructivista • Estrategia metodológica: material concreto, guía didáctica.
METODOLOGÍA Y RESULTADOS	Empírico de medición	Encuesta Prueba	Determinar las razones por la cual se genera la difícil comprensión de poliedros regulares mediante encuestas y pruebas a los estudiantes y obtener información para la aplicación estrategia metodológica.
PROPUESTA Y VALIDACIÓN	Modelación	Motivación Evaluación Participación	Elaborar una estrategia metodológica para la enseñanza de poliedros regulares y su aplicación en la clase, con el fin de contrarrestar su difícil comprensión.

ÍNDICE TENTATIVO

CRONOGRAMA DE ACTIVIDADES

ACTIVIDADES	ENERO	FEB.	MAR.	ABRIL	MAYO	JUNIO	JULIO	AGOS.	SEPT.	OCT.
Búsqueda de información	XXXX	XXXX								
Elaboración de borradores de ensayo	XX	XX								
Escritura de ensayos		X	XXXX							
Estructuración de la Fundamentación Teórica			XX	XX						
Revisión del documento			X		X		X		X	XX
Elaboración del material concreto				XXXX	XXXX	XXXX	XXXX			
Diseño de la herramienta para la obtención de datos				XX						
Diseño del material concreto			XXXX	XXXX	XXXX					
Estructuración del Capítulo II					XX				XX	
Estudio de la población para la obtención de datos					XX					
Obtención de datos de la muestra poblacional						X				
Análisis de los datos obtenidos						XX				
Estructuración del Capítulo III						XX	XXXX			
Diseño de la guía didáctica							XX	XX		
Elaboración de actividades para la guía								XXXX	XX	
Redacción de Conclusiones y Recomendaciones										X

RECURSOS ECONÓMICOS

Cantidad	Descripción	Unidad	Costo Unit.	Total
400	Fotocopias	U	0,02	8,00
250	Impresiones b/n	U	0,05	12,50
200	Impresiones color	U	0,20	40,00
5	Material Concreto	Juego	100,0	500,00
4	Empastado de documentos	U	10	40,00
			TOTAL	600,5

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abrate, R., Delgado, G., & Pochulu, M. (2006). *Caracterización de las actividades de Geometría que proponen los textos de Matemática*. Revista Iberoamericana de Educación, 39(1), 1-9.

Báez, M. & Hernández, S. (2002). *El Uso de Material Concreto para la Enseñanza de la Matemática.* Taller de Matemáticas del Centro de Ciencia de Sinaloa. Obtenido Noviembre, 13, 2007.

Federación de enseñanza CC.OO. de Andalucía. (2009). *La importancia de los recursos didácticos en la enseñanza* (N°4). Recuperado de: https://www.feandalucia.ccoo.es/docu/p5sd5407.pdf

Gamboa, R. & Ballestero, E. (2010). *La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes*. Revista Electrónica Educare, XIV (2), 125-142.

García, I. & Cruz, G. (2014*). Las guías didácticas: recursos necesarios para el aprendizaje autónomo*. Edumecentro, *6*(3), 162-175.

Goncalves, R. (2006, Enero-Junio). *¿Por qué los estudiantes no logran un nivel de razonamiento en la geometría?* Revista Ciencias de la Educación, 1(27), 83-98.

Guillén, G. (2010). *¿Por qué usar los sólidos como contexto en la enseñanza/aprendizaje de la geometría?,¿y en la investigación?* In Investigación en educación matemática XIV (pp. 21-68). Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.

Martínez, J. (2004). *Estrategias metodológicas y técnicas para la investigación social.* Asesorías del área de investigación.

Mora, J. (1995). *Los recursos didácticos en el aprendizaje de la Geometría.* Uno: Revista de didáctica de las matemáticas,(3),(pág. 101-115).

Moreira, M. (1997). *Aprendizaje significativo: un concepto subyacente.* Actas del encuentro internacional sobre el aprendizaje significativo, 19, 44

Obara, S. (2009). Decomposing Solids to Develop Spatial Sense. *Mathematics Teaching in the Middle School, 14*(6), 336-343. Recuperado de: http://www.jstor.org/stable/41182693

Villarroel, S. & Sgreccia, N. (2011). *Materiales didácticos concretos en Geometría en primer año de Secundaria.* Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas, 78, 73-94.